# А. П. ОНУЧИН

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ





Рис. 6.14 к с. 89







Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.П. ОНУЧИН

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК 2010 Рецензенты: Ю. А. Тихонов, д-р физ.-мат. наук, проф.; А. В. Бурдаков, д-р физ.-мат. наук, проф.

Работа подготовлена на кафедре электрофизических установок и ускорителей

#### Онучин А.П.

596 Экспериментальные методы ядерной физики : учеб. пособие / А.П. Онучин.—Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2010.—220 с. (Серия «Учебники НГТУ»).

ISBN 978-5-7782-1232-9

Учебник написан на основе курса лекций, который автор читает в течение многих лет магистрантам физико-технического факультета НГТУ. Книга состоит из трех частей, посвященных теории прохождения частиц через вещество, приборам для регистрации частиц и методам обработки экспериментов. Значительная доля материала по приборам основана на новых работах, опубликованных в журналах и еще не вошедших в монографии.

Книга представляет интерес для студентов старших курсов университетов, а также для научных сотрудников, занимающихся экспериментальными исследованиями в области ядерной физики и физики элементарных частиц.

ISBN 978-5-7782-1232-9

УДК 539.1 (075.8)

© Онучин А. П., 2010

© Новосибирский государственный технический университет, 2010

O–596

Ministry of Science and Education of the Russian Federation NOVOSIBIRSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY

A.P. ONUCHIN

# EXPERIMENTAL METHODS OF NUCLEAR PHYSICS

Approved by the NSTU Editorial Board as a Manual

NOVOSIBIRSK 2010

Reviewers: Prof. Yu. A. Tikhonov, D. Sc. (Phys. & Math.); Prof. A. V. Burdakov, D. Sc. (Phys. & Math.)

The manual has been written at the Department of Electrophysical Installations and Accelerators

O-596 Onuchin A.P.

Experimental methods of nuclear physics : manual / A. P. Onuchin. – Novosibirsk : NSTU Publisher, 2010. – 220 p. («NSTU Textbooks» series).

ISBN 978-5-7782-1232-9

This book is written on the basis of a course of lectures, that the author has been reading for many years to the students of senior courses of the Physical Engenineering Faculty of the Novosibirsk State Technical University. The book consists of three parts devoted to the theory of passage of particles through matter, the instruments for detection of particles, the methods of processing of experimental data. The part devoted to instruments includes a lot of material that is based on recent journal papers and not included in the monographs yet.

The book should be of interest for the students of senior courses of universities, and also for the researchers engaged in experimental investigations in the field of nuclear and elementary particle physics.

ISBN 978-5-7782-1232-9

UDC 539.1 (075.8) © Onuchin A.P., 2010 © Novosibirsk State Technical University, 2010

## оглавление

Предисловие	19
Часть І. Прохождение частиц через вещество	21
Введение	23
Глава 1. Прохождение тяжелых частиц	24
§ 1.1. Ионизационные потери. Формула Бете—Блоха	24
1.1.1. Вывод формулы	24
1.1.2. Формула Бете—Блоха	28
1.1.3. Область малых скоростей	29
1.1.4. Область релятивистских скоростей. Эффект плотности	29
1.1.5. Минимальные ионизационные потери	30
§ 1.2. δ-электроны. Первичная и полная ионизация	31
1.2.1. Число δ-электронов. Формула Резерфорда	32
1.2.2. Область малых значений энергии	33
1.2.3. Максимальная энергия <i>б</i> -электронов	33
1.2.4. Первичная и полная ионизация	35
§ 1.3. Флуктуации ионизационных потерь	36
1.3.1. Флуктуации Гаусса	37
1.3.2. Флуктуации Ландау	37
1.3.3. Флуктуации в сверхтонких слоях	38
§ 1.4. Связь пробег–энергия	40
§ 1.5. Разброс пробегов	41
§ 1.6. Многократное рассеяние	43
1.6.1. Среднеквадратичный угол. Радиационная единица. Формула	
Росси	43
1.6.2. Теория Мольера, формула Росси с коррекцией	47
1.6.3. Функции распределения по углу	48
1.6.4. Поперечное смещение	49
Глава 2. Прохождение электронов через вещество	52
§ 2.1. Особенности ионизационных потерь, многократного рассеяния, про-	
бега	52

8.2.2. Тормозное изличение электронов. Теория Бото-Гейтлора	53
9.2.2. Topmoshoe hstry tenne strektponob. Teophia bete Tantifepa	53
$2.2.1. \text{ Inpolect} \dots \dots$	53
$2.2.2.$ Onexip using terms $\dots$	55
2.2.3. Потери энергии на излучение. Критическая энергия. Гадиа-	55
	55
2.2.4. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ 7-КВАНТОВ	50
2.2.5. Флуктуации потерь энергии на излучение	90
Глава 3. Прохождение ү-квантов через вещество	58
§ 3.1. Особенности прохождения нейтральных частиц через вещество	58
§ 3.2. Фотоэффект	59
3.2.1. Процесс	59
3.2.2. Сечение. Зависимость от энергии	59
3.2.3. Угловое распределение электронов	60
§ 3.3. Эффект Комптона	61
3.3.1. Процесс. Полное сечение	61
3.3.2. Энергетическое и угловое распределение рассеянных у-квантов	61
3.3.3. Энергетическое и угловое распределение электронов	63
§ 3.4. Рождение пар	64
3.4.1. Процесс	64
3.4.2. Порог реакции	64
3.4.3. Коэффициент поглощения	66
3.4.4. Распределение энергии между электроном и позитроном	66
3.4.5. Угловое распределение электронов	67
§ 3.5. Суммарный коэффициент поглощения ү-квантов	67
	60
	69 60
§ 4.1. Качественная картина	09 70
§ 4.2. Теория	70
§ 4.3. Экспериментальные методы	(1
4.3.1. Камера Вильсона в магнитном поле $\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	(1
4.3.2. Эксперименты Хофштадтера	71
§ 4.4. Метод Монте-Карло	71
Глава 5. Прохождение адронов через вещество	73
§ 5.1. Виды взаимодействий	73
§ 5.2. Лептоны	74
§ 5.3. Кварки. Адроны	75
§ 5.4. Протон. Ядерный пробег	76
§ 5.5. π-мезон. Ядерный пробег	77
§ 5.6. Нейтрон	77
5.6.1. Основные свойства нейтрона	77

8\_\_\_\_\_

	5.6.2. 5.6.3.	Классификация нейтронов	78 78
Часть ]	<b>П.</b> Пр	иборы для регистрации ядерных частиц	81
Глава	6. Сці	интилляционные счетчики	83
§ 6.1.	Истор	рия развития метода	83
§ 6.2.	Прин	цип работы	
§ 6.3.	Сцин	тилляторы. Основные свойства	86
	6.3.1.	Конверсионная эффективность	86
	6.3.2.	Отношение $\frac{\alpha}{\beta}$	86
	6.3.3.	Время высвечивания	87
	6.3.4.	Классификация сцинтилляторов. Механизм сцинтилляций	. 87
§ 6.4.	ФЭУ		91
-	6.4.1.	Фотокатод	91
	6.4.2.	Динодная система	91
	6.4.3.	Шумы фотоумножителей	95
	6.4.4.	ФЭУ в магнитном поле	
	6.4.5.	Схемы включения ФЭУ	97
§ 6.5.	Ампл	итудное разрешение	97
	6.5.1.	Определение	97
	6.5.2.	Флуктуации каскадного процесса	98
	6.5.3.	Флуктуации в случае да-нет	98
	6.5.4.	Флуктуации коэффициента усиления ФЭУ	99
	6.5.5.	Идеальная сцинтилляционная линия	100
	6.5.6.	Энергетическое разрешение ФЭУ	101
	6.5.7.	Форма импульса напряжения на выходе ФЭУ	102
	6.5.8.	Выбор оптимальной <i>RC</i> -цепочки	104
§ 6.6.	Врем	енно́е разрешение сцинтилляционного счетчика	105
	6.6.1.	Определение	105
	6.6.2.	Время высвечивания сцинтиллятора	105
	6.6.3.	Время сбора света	107
	6.6.4.	ФЭУ. Основные эффекты	109
	6.6.5.	Дискриминаторы	112
	6.6.6.	Времяпролетные системы	112
Глоро	7 U.		116
глава 871	· · · · · · · ·	ренковские детекторы	110 116
87.1. 879	Прир		110 116
81.2.	Прир		110 117
8 7.3.	7 3 1	вные своиства черенковского излучения	11 <i>1</i> 117
	1.3.1. 7.2.9	перенковский угол. дисперсия	⊥⊥/ 115
	1.3.2.	интенсивность излучения	117

	722	Поларизония 110	
874	7.3.3. Turri	110ляризация	
87.4. 875	Порог	120	
§ 7.5.	7 5 1	Причини работи 120	
	7.5.1.	принцип расоты	
	7.5.2.	Водяные счетчики	
	7.5.3.	Газовые счетчики	
0 = 0	7.5.4.	Аэрогелевые счетчики	
§ 7.6.	Дифо	реренциальные счетчики	
	7.6.1.	Счетчики с малым телесным углом	
	7.6.2.	Счетчик Фитча	
§ 7.7.	Детек	сторы черенковских колец (ДЧК)	
	7.7.1.	Принцип работы	
	7.7.2.	ДЧК детектора CLEO	
	7.7.3.	DIRC	
	7.7.4.	FARICH	
_		-	
Глава	8. Ион	низационные камеры. Пропорциональные камеры. Счет-	
	ЧИК	к Гейгера—Мюллера	
§ 8.1.	Общи	ий принцип работы	
§ 8.2.	Скоро	ость дрейфа ионов и электронов	
§ 8.3.	Реком	ибинация	
§ 8.4.	Интег	грирующие ионизационные камеры	
	8.4.1.	Ток от космических частиц	
	8.4.2.	Токи утечки. Охранное кольцо	
	8.4.3.	Методы измерения малых токов	
	8.4.4.	Область применения	
§ 8.5.	Импу	льсные ионизационные камеры	
	8.5.1.	Картина тока и теорема Рамо-Шокли	
	8.5.2.	Камера с сеткой Фриша	
§ 8.6.	Проп	орциональные счетчики	
	8.6.1.	Принцип работы	
	8.6.2.	Коэффициент газового усиления	
	8.6.3.	Форма импульса тока	
	8.6.4.	Амплитудное разрешение	
§ 8.7.	Мног	опроволочные пропорциональные камеры	
	8.7.1.	Принцип работы	
	8.7.2.	Наводка на соседней проволочке	
	8.7.3.	Проблемы натяжения проволочек	
	8.7.4.	Пространственное разрешение	
§ 8.8.	Инду	кционные пропорциональные камеры	
Ŭ	8.8.1.	Принцип работы	

8.8.2. Камеры с линией задержки
8.8.3. Измерение амплитуд на полосках на катодной плоскости 144
8.8.4. Пространственное разрешение. Кластерный эффект 144
§ 8.9. Дрейфовые камеры
8.9.1. Принцип работы
8.9.2. Пространственное разрешение
§8.10. Основные варианты дрейфовых камер
§ 8.11. Измерение продольной координаты
§ 8.12. Времяпроекционные камеры
§ 8.13. Микростриповые камеры
§ 8.14. Дрейфовые камеры типа ГЭУ (GEM)
§ 8.15. Счетчик Гейгера—Мюллера
· · ·
Глава 9. Искровые камеры. Искровые счетчики
§ 9.1. Принцип работы искровой камеры
§ 9.2. Картина искрового пробоя
§ 9.3. Способы съема информации
§ 9.4. Стримерные искровые камеры
§ 9.5. Искровые счетчики с локализованным разрядом
Глава 10. Полупроводниковые детекторы
§ 10.1. Детекторы на основе твердых тел
§ 10.2. Основные свойства полупроводников. Зонная теория 160
§ 10.3. Полупроводниковый счетчик
§10.4. Детекторы с $p$ - $n$ -переходом
§ 10.5. Энергетическое разрешение
§ 10.6. Пространственное разрешение
§ 10.7. Современное состояние полупроводниковых детекторов 165
Глава 11. Принцип работы ядерных фотоэмульсий, камер Вильсона,
пузырьковых камер 168
§ 11.1. Ядерная фотоэмульсия
§ 11.2. Камеры Вильсона
§11.3. Пузырьковые камеры
<b>F 19 M 1</b> 77
1 лава 12. Методы измерения энергии частиц
§ 12.1. Измерение по прооегу
§ 12.2. магнитные спектрометры
12.2.1. Принцип метода
12.2.2. Малый угол поворота $\dots \dots \dots$
12.2.3. Спектрометр с 180°-фокусировкой
$12.2.4.$ Парныи магнитный спектрометр $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $1/($

§ 12.3. Счетчики полного поглощения (калориметры)	178
12.3.1. Илея метода 1	178
12.3.2. Счетчик типа «сэнлвич»	179
12.3.3. Счетчики с гомогенным радиатором	80
12.3.4. Точность измерения координаты у-кванта	81
	.01
Часть III. Статистика в ядерных экспериментах 1	183
Глава 13. Интервал времени между событиями. Закон Пуассона 1	185
§ 13.1. Закон распределения интервалов времени между событиями 1	185
§ 13.2. Закон Пуассона	187
§ 13.3. Дисперсия для закона Пуассона	189
§ 13.4. Закон Гаусса	190
Глава 14. Мертвое время. Случайные совпадения	92
§ 14.1. Мертвое время приборов. Просчеты	192
14.1.1. Два типа мертвого времени приборов	192
§ 14.2. Методы измерения мертвого времени	194
14.2.1. Два источника	194
14.2.2. Известное изменение загрузки	194
§ 14.3. Использование пересчетных схем для уменьшения просчетов 1	194
§14.4. Случайные совпадения в схемах совпадения	195
Глава 15. Метод максимального правдоподобия	196
§ 15.1. Обработка эксперимента	196
§15.2. Ошибки измерений. Первая магическая формула 1	197
§ 15.3. Закон Пуассона	197
§ 15.4. Метод наименьших квадратов	198
§ 15.5. Планирование эксперимента. Вторая магическая формула 1	99
Глава 16. Биномиальное распределение	202
Глава 17. Сравнение эксперимента с теорией. Метод $\chi^2$ Пирсона . 2	204
$\S$ 17.1. Метод $\chi^2$	204
§17.2. Сравнение эксперимента с двумя теориями	205
§ 17.3. Учет фона	206
§17.4. Случай малой статистики	207
Предметный указатель	208
Именной указатель	218

### CONTENTS

<b>Preface</b>
Part I. Passage of particles through matter
Introduction
Chapter 1. Passage of heavy particles       24         § 1.1. Ionization losses. The Bethe—Bloch equation       24         1.1.1. Derivation of the equation       24         1.1.2. The Bethe—Bloch equation       28         1.1.3. Low velocity case       29         1.1.4. Relativistic velocity case. Density effect       29         1.1.5. Minimum ionization losses       30         § 1.2. Energetic knock-on electrons. Primary and total ionization       31         1.2.1. Number of knock-on electrons. The Rutherford formula       32         1.2.2. Low energy region       33         1.2.3. The maximum energy of knock-on electrons       33         1.2.4. Primary and total ionization       35         § 1.3. Fluctuations of ionization losses       36         1.3.1. Gauss fluctuations       37         1.3.2. Landau fluctuations       37         1.3.3. Fluctuations in super thin layers       38         § 1.4. Range–energy relation       40
<ul> <li>§ 1.5. Variations of ranges</li></ul>
1.6.3.Angular distribution481.6.4.Lateral displacement49
Chapter       2. Passage of electrons through matter       52         § 2.1. Features of ionization losses, multiple scattering, range       52         § 2.2. Bremsstrahlung of electrons. The Bethe—Heitler theory       53         2.2.1. Process       53

2.2.2. Spectrum of radiation	53
2.2.3. Energy loss by bremsstrahlung. Critical energy. Radiation length	55
2.2.4. Angular distribution of photons	56
2.2.5. Fluctuations of energy losses by bremsstrahlung	56
Chapter 3. Passage of high-energy photons through matter	58
§ 3.1. Features of passage of neutral particles through matter	58
§ 3.2. Photoelectric effect	59
3.2.1. Process	59
3.2.2. Cross-section. Dependence on energy	59
3.2.3. Angular distribution of electrons	60
§ 3.3 Compton effect	61
3.3.1 Process Total cross-section	61
3.3.2 Energy and angular distribution of scattered photons	61
3.3.3 Energy and angular distribution of electrons	63
8.3.4 Pair production	64
3.4.1 Process	64
3.4.2 Threshold of reaction	64
3.4.3 Absorption coefficient	66
3.4.4 Distribution of energy between electron and positron	66
3.4.5 Angular distribution of electrons	67
\$ 2.5 Total abcomption coefficient of photons	67
§ 5.5. Total absorption coefficient of photons	07
Chapter 1 Electromagnetic showers	60
8 4 1 Qualitative nicture	60
8.12 Theory	70
8 4.3 Experimental methods	70
4.3.1 Wilson chamber in magnetic field	71
4.3.2 Hofetadtor's experiments	71
4.5.2. Hoistauter's experiments	71 71
	11
Chapter 5. Passage of hadrons through matter	73
8.5.1 Kinds of interactions	73
8.5.2 Leptons	74
8 5.3 Quarks Hadrons	75
854 Proton Nuclear interaction range	76
$855$ $\pi$ -meson Nuclear interaction range	77
§ 5.6 Neutron	77
5.6.1 Basic properties of neutrop	77
5.6.2 Classification of neutrons	11 79
5.6.2 Departicles with neutrons	10 70
	10

Part II.	Instr	uments for detection of nuclear particles 81
Chapter	· 6. S	cintillation counters 83
8 6 1	Histor	rv of the method development 83
\$ 6.2	Princ	iple of work 84
§ 6.3.	Scinti	llators. Basic properties
5 0101	6.3.1.	Conversion efficiency
	6.3.2.	Relation $\frac{\alpha}{\beta}$
	6.3.3.	Decay time
	6.3.4.	Scintillators classification
§ 6.4.	$\mathbf{PMT}$	
-	6.4.1.	Photocathode
	6.4.2.	Dynode system
	6.4.3.	Noise of photomultipliers
	6.4.4.	PMT in magnetic field 96
	6.4.5.	Circuits for PMT switching
$\S 6.5.$	Ampl	itude resolution $\ldots \ldots $ 97
	6.5.1.	Definition
	6.5.2.	Fluctuations of cascade process
	6.5.3.	Fluctuations in yes-no case
	6.5.4.	Fluctuations of PMT amplification factor
	6.5.5.	Ideal scintillation line
	6.5.6.	Energy resolution of PMT
	6.5.7.	Voltage pulse shape at PMT output
	6.5.8.	Choice of optimum $RC$ -chain
§ 6.6.	Time	resolution of scintillation counter
	6.6.1.	Definition
	6.6.2.	Decay time of scintillator
	6.6.3.	Time of light collection
	6.6.4.	PMT. Main effects
	6.6.5.	Discriminators
	6.6.6.	Time of flight system
Chapter	: 7. Č	Cerenkov detectors
§ 7.1.	Disco	very of the phenomenon
§ 7.2.	Natur	re of the phenomena $\ldots \ldots 116$
§ 7.3.	The b	pasic properties of Čerenkov radiation
	7.3.1.	Čerenkov angle. Dispersion
	7.3.2.	Intensity of radiation
	7.3.3.	Polarization
§ 7.4.	Types	s of Čerenkov detectors $\ldots \ldots 120$

0 7 5	<b>(T)</b> 11 1 16	
§ 7.5.	Threshold counters	0
	7.5.1. Principle of work	:U
	$7.5.2.  \text{water counters} \dots \dots$	:U
	$7.5.3. Gas counters \dots 12$	2
0 7 0	$\begin{array}{cccc} 1.5.4. & \text{Aerogel counters} & \dots & $	3
§ 7.6.		:4
	7.6.1. Counters with a small solid angle	:4 • 4
с <b>–</b> –	$\begin{array}{cccc} \text{Pitch counter} & \dots & $	4 17
9 (.(.	Ring Imaging Cerenkov Counters (RICH)	5 15
	7.7.2 DIUCU of the CLEO detector	ю С
	$7.72  \text{DIPC} \qquad 12$	10 16
	7.7.4 FADICII	0 10
	$(.(.4. \text{ FARIOH} \dots \dots$	0
Chapter	8. Ionization chambers. Proportional chambers. The Gei-	
onaptor	ger—Muller counter	0
§ 8.1.	General principle of work	0
§ 8.2.	Drift velocity of ions and electrons	0
§ 8.3.	Recombination	2
§ 8.4.	Integrating ionization chambers	3
-	8.4.1. Current from cosmic particles	3
	8.4.2. Leakage current. Guard ring	4
	8.4.3. Methods of measurement of small currents	4
	8.4.4. Field of application	5
§ 8.5.	Pulse ionization chambers	5
	8.5.1. Picture of current and Ramo—Shokli theorem	5
	8.5.2. Frisch grid chamber	<b>7</b>
§ 8.6.	Proportional counters	7
	8.6.1. Principle of work $\ldots \ldots 13$	7
	8.6.2. Gas amplification factor $\ldots \ldots \ldots$	8
	8.6.3. Current pulse shape	9
	8.6.4. Amplitude resolution $\ldots \ldots 14$	:0
§ 8.7.	Multiwire proportional chambers	:0
	8.7.1. Principle of work $\ldots \ldots 14$	:0
	8.7.2. Crosstalk between wires	:1
	8.7.3. Problems of tension of wires $\ldots \ldots 14$	-1
	8.7.4. Spatial resolution	2
§ 8.8.	Induction proportional chambers	:3
	8.8.1. Principle of work	3
	8.8.2. Chambers with delay line	4
	8.8.3. Measurement of amplitudes on strips at cathode plane 14	-4

8 8.12. Time projection chambers       149         § 8.13. Microstrip chambers       150         § 8.14. Drift chambers with GEM       151         § 8.15. Geiger—Muller counter       151         § 8.15. Geiger—Muller counter       151         § 8.16. Drift chambers with GEM       151         § 8.17. Time projection chambers. Spark counters       154         § 9.1. Principle of work of spark chamber       154         § 9.1. Principle of spark break-down       154         § 9.2. Picture of spark break-down       154         § 9.3. Readout options       155         § 9.4. Strimer spark chambers       157         § 9.5. Spark counters with localized discharge       157         Chapter 10. Semiconductor detectors       160         § 10.1. Solid-state detectors       160         § 10.2. Basic properties of semiconductors. The zone theory       160         § 10.3. Semiconductor counter       162         § 10.4. Detectors with $p$ -n-junction       163         § 10.5. Energy resolution       164         § 10.6. Spatial resolution       165         § 10.7. State of the art of semiconductor detectors       165         § 11.1. Nuclear photographic emulsions       168         § 11.2. Wilson's chambers       168	8.8.4.       Spatial resolution. Cluster effect       144         § 8.9.       Drift chambers       145         8.9.1.       Principle of work       145         8.9.2.       Spatial resolution       145         § 8.10.       Common drift chambers versions       146         § 8.11.       Macquargement of longitudinal accordinate       148
Chapter9. Spark chambers. Spark counters154§ 9.1.Principle of work of spark chamber154§ 9.2.Picture of spark break-down154§ 9.3.Readout options155§ 9.4.Strimer spark chambers157§ 9.5.Spark counters with localized discharge157Chapter 10. Semiconductor detectors60§ 10.1.Solid-state detectors160§ 10.2.Basic properties of semiconductors. The zone theory160§ 10.3.Semiconductor counter162§ 10.4.Detectors with $p$ - $n$ -junction163§ 10.5.Energy resolution164§ 10.6.Spatial resolution165§ 10.7.State of the art of semiconductor detectors165Chapter 11. Principle of work of nuclear photographic emulsions, Wilson's chambers, bubble chambersson's chambers, bubble chambers168§ 11.1.Nuclear photographic emulsions168§ 11.2.Wilson's chambers169§ 11.3.Bubble chambers171Chapter 12. Methods of particle energy measurement175§ 12.1.Range measurement175§ 12.2.Magnetic spectrometers175§ 12.2.Small deflection angle17612.2.4.Pair magnetic spectrometer17712.2.4.Pair magnetic spectrometer17712.2.4.Pair magnetic spectrometer178	§ 8.11. Measurement of fongitudinal coordinate148§ 8.12. Time projection chambers149§ 8.13. Microstrip chambers150§ 8.14. Drift chambers with GEM151§ 8.15. Geiger—Muller counter151
$ \begin{cases} 9.1. \text{ Principle of work of spark chamber}$	Chapter 9. Spark chambers. Spark counters
$ \begin{cases} 9.2. \text{ Picture of spark break-down}$	§ 9.1. Principle of work of spark chamber
	§ 9.2. Picture of spark break-down $\ldots \ldots 154$
§ 9.4. Strimer spark chambers       157         § 9.5. Spark counters with localized discharge       157         Chapter 10. Semiconductor detectors       160         § 10.1. Solid-state detectors       160         § 10.2. Basic properties of semiconductors. The zone theory       160         § 10.3. Semiconductor counter       162         § 10.4. Detectors with $p$ - $n$ -junction       163         § 10.5. Energy resolution       164         § 10.6. Spatial resolution       165         § 10.7. State of the art of semiconductor detectors       165         Chapter 11. Principle of work of nuclear photographic emulsions, Wilson's chambers, bubble chambers       168         § 11.1. Nuclear photographic emulsions       168         § 11.2. Wilson's chambers       169         § 11.3. Bubble chambers       171         Chapter 12. Methods of particle energy measurement       175         § 12.1. Range measurement       175         § 12.2. Magnetic spectrometers       175         § 12.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         § 17.4. Pair magnetic spectrometer       177	$\S$ 9.3. Readout options $\ldots \ldots 155$
§ 9.5. Spark counters with localized discharge $\dots \dots \dots$	$\S$ 9.4. Strimer spark chambers $\ldots \ldots 157$
Chapter 10. Semiconductor detectors160§ 10.1. Solid-state detectors160§ 10.2. Basic properties of semiconductors. The zone theory160§ 10.3. Semiconductor counter162§ 10.4. Detectors with $p$ - $n$ -junction163§ 10.5. Energy resolution164§ 10.6. Spatial resolution165§ 10.7. State of the art of semiconductor detectors165Chapter 11. Principle of work of nuclear photographic emulsions, Wilson's chambers, bubble chambers168§ 11.1. Nuclear photographic emulsions168§ 11.2. Wilson's chambers169§ 11.3. Bubble chambers169§ 12.1. Range measurement175§ 12.2. Magnetic spectrometers17512.2.1. Principle of method17512.2.2. Small deflection angle17612.2.3. Spectrometers with 180°-focusing17712.2.4. Pair magnetic spectrometer177§ 178Tartel abcention counters (calcimature)	§ 9.5. Spark counters with localized discharge
Chapter 10. Semiconductor detectors       160         § 10.1. Solid-state detectors       160         § 10.2. Basic properties of semiconductors. The zone theory       160         § 10.3. Semiconductor counter       162         § 10.4. Detectors with $p$ - $n$ -junction       163         § 10.5. Energy resolution       164         § 10.6. Spatial resolution       165         § 10.7. State of the art of semiconductor detectors       165         Chapter 11. Principle of work of nuclear photographic emulsions, Wilson's chambers, bubble chambers       168         § 11.1. Nuclear photographic emulsions       168         § 11.2. Wilson's chambers       169         § 11.3. Bubble chambers       169         § 12.1. Range measurement       175         § 12.2. Magnetic spectrometers       175         § 12.2. Magnetic spectrometers       175         12.2.1. Principle of method       175         12.2.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177	
	Chapter 10. Semiconductor detectors
	§ 10.1. Solid-state detectors $\ldots \ldots \ldots$
$ \begin{cases} 10.3. \text{ Semiconductor counter} & 162 \\ \$ 10.4. \text{ Detectors with } p-n-junction & 163 \\ \$ 10.5. \text{ Energy resolution} & 164 \\ \$ 10.6. \text{ Spatial resolution} & 165 \\ \$ 10.7. \text{ State of the art of semiconductor detectors} & 165 \\ \hline \mathbf{Chapter 11. Principle of work of nuclear photographic emulsions, Wilson's chambers, bubble chambers & 168 \\ \$ 11.1. \text{ Nuclear photographic emulsions} & 168 \\ \$ 11.2. \text{ Wilson's chambers} & 168 \\ \$ 11.2. \text{ Wilson's chambers} & 169 \\ \$ 11.3. \text{ Bubble chambers} & 169 \\ \$ 11.3. \text{ Bubble chambers} & 169 \\ \$ 11.3. \text{ Bubble chambers} & 177 \\ \hline \mathbf{Chapter 12. Methods of particle energy measurement} & 175 \\ \$ 12.1. \text{ Range measurement} & 175 \\ \$ 12.2. \text{ Magnetic spectrometers} & 175 \\ 12.2.1. \text{ Principle of method} & 175 \\ 12.2.1. \text{ Principle of method} & 175 \\ 12.2.2. \text{ Small deflection angle} & 176 \\ 12.2.3. \text{ Spectrometers with } 180^\circ\text{-focusing} & 177 \\ \hline 12.2.4. \text{ Pair magnetic spectrometer} & 177 \\ \$ 12.7.7 \\ \$ 12.7.7 \\ \$ 12.7 \\ \texttt{Trate a characteristic spectrometer} & 177 \\ \$ 12.7 \\ \$ 1$	$\S$ 10.2. Basic properties of semiconductors. The zone theory $\ldots \ldots \ldots \ldots 160$
$ \begin{cases} 10.4. \text{ Detectors with } p-n\text{-junction} \dots \dots$	§ 10.3. Semiconductor counter
<ul> <li>§ 10.5. Energy resolution</li></ul>	§ 10.4. Detectors with $p$ - $n$ -junction
<ul> <li>§ 10.6. Spatial resolution</li></ul>	§ 10.5. Energy resolution
<ul> <li>§ 10.7. State of the art of semiconductor detectors</li></ul>	10.6. Spatial resolution
Chapter 11. Principle of work of nuclear photographic emulsions, Wilson's chambers, bubble chambers       168         § 11.1. Nuclear photographic emulsions       168         § 11.2. Wilson's chambers       169         § 11.3. Bubble chambers       169         § 11.3. Bubble chambers       171         Chapter 12. Methods of particle energy measurement       175         § 12.1. Range measurement       175         § 12.2. Magnetic spectrometers       175         12.2.1. Principle of method       175         12.2.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         12.2.5. Spectrometers       177	§ 10.7. State of the art of semiconductor detectors $\ldots \ldots \ldots$
Chapter 11. Principle of work of nuclear photographic emulsions, wil- son's chambers, bubble chambers $\$$ 11.1. Nuclear photographic emulsions168 $\$$ 11.2. Wilson's chambers169 $\$$ 11.3. Bubble chambers169 $\$$ 11.3. Bubble chambers171Chapter 12. Methods of particle energy measurement $\$$ 175 $\$$ 12.1. Range measurement175 $\$$ 12.2. Magnetic spectrometers175 $\$$ 12.2.1. Principle of method175 $\$$ 12.2.2. Small deflection angle176 $\$$ 12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing177 $\$$ 12.2.4. Pair magnetic spectrometer177 $\$$ 12.2.7. Tetal characterian counterer178	
§ 11.1. Nuclear photographic emulsions       168         § 11.2. Wilson's chambers       169         § 11.3. Bubble chambers       169         § 11.3. Bubble chambers       171         Chapter 12. Methods of particle energy measurement         171         Chapter 12. Methods of particle energy measurement         175         § 12.1. Range measurement       175         § 12.2. Magnetic spectrometers       175         12.2.1. Principle of method       175         12.2.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         12.2.5. Tetal shearption counters (colorimeters)       178	Son's chambers hubble chambers
§ 11.1. Nuclear photographic emulsions       106         § 11.2. Wilson's chambers       169         § 11.3. Bubble chambers       171         Chapter 12. Methods of particle energy measurement         § 12.1. Range measurement       175         § 12.2. Magnetic spectrometers       175         § 12.2. Principle of method       175         12.2.1. Principle of method       175         12.2.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         12.2.7. Tatal abasemption counters (colorimeters)       178	8 11 1 Nuclear photographic emulsions
§ 11.2. Witson's chambers       109         § 11.3. Bubble chambers       171         Chapter 12. Methods of particle energy measurement       175         § 12.1. Range measurement       175         § 12.2. Magnetic spectrometers       175         12.2.1. Principle of method       175         12.2.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         12.2 Tetal shearption counters       178	\$ 112 Wilson's chambers 160
S 11.3. Bubble chambers       171         Chapter 12. Methods of particle energy measurement       175         § 12.1. Range measurement       175         § 12.2. Magnetic spectrometers       175         12.2.1. Principle of method       175         12.2.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         12.2.7. Stall shearption counters       177	$\$$ 11.2. Whise is chambers $\ldots$ 109 $\$$ 11.2. Pubble chambers $\ldots$ 171
Chapter 12. Methods of particle energy measurement	
§ 12.1. Range measurement	Chapter 12. Methods of particle energy measurement
§ 12.2. Magnetic spectrometers	12.1. Range measurement
12.2.1. Principle of method       175         12.2.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         \$12.2.7. Total absorption counters       178	§ 12.2. Magnetic spectrometers
12.2.2. Small deflection angle       176         12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         \$ 12.2.7 Total sharmtion counters       178	$12.2.1$ . Principle of method $\ldots \ldots 175$
12.2.3. Spectrometers with 180°-focusing       12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         12.2.4. Pair magnetic spectrometer       177         \$ 12.2. Total absorption countary       178	12.2.2. Small deflection angle
12.2.4. Pair magnetic spectrometer	12.2.3. Spectrometers with $180^{\circ}$ -focusing $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 177$
6 19 2 Total abcomption counting (calarimators)	12.2.4. Pair magnetic spectrometer
§ 12.5. Total absorption counters (calorimeters)	§ 12.3. Total absorption counters (calorimeters)
12.3.1. Idea of the method	$12.3.1$ . Idea of the method $\ldots \ldots 178$

12.3.2. Sandwich counter12.3.2. Sandwich counter1712.3.3. Counters with homogeneous radiator1812.3.4. Photon position measurement accuracy18	79 80 81
Part III. Statistics in nuclear experiments	83
Chapter 13. Interval of time between events. Poisson law       18         § 13.1. Law of distribution of time intervals between events       18         § 13.2. Poisson law       18         § 13.3. Dispersion of the Poisson law       18         § 13.4. Gaussian law       19	85 85 87 89 90
Chapter 14. Dead time. Random coincidences       19         § 14.1. Dead time of devices. Miscounts       19         14.1.1. Two types of dead time       19         § 14.2. Methods of measurement of dead time       19         14.2.1. Two sources       19         14.2.2. Known change of load       19         § 14.3. Use of scaling circuits for reduction of miscounts       19         § 14.4. Random coincidences in coincidence circuits       19         § 15.1. Analysis of experiment       19         § 15.2. Measurement errors. The first magic formula       19         § 15.3. Poisson law       19         § 15.4. Least squares method       19	92 92 94 94 94 95 96 97 97 97 98
§ 15.5. Planning of experiment. The second magic formula	99 02
Chapter 17. Comparison of experiment with theory. Pirson's $\chi^2$ method 24         § 17.1. $\chi^2$ method	02 04 05 06 07
Subject index	08
Name index	18

#### ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга<sup>1</sup> написана на основе годового авторского курса лекций «Экспериментальные методы ядерной физики», который читается в течение многих лет магистрантам физико-технического факультета НГТУ. Курс посвящен теории прохождения частиц через вещество, приборам для регистрации частиц и методам обработки экспериментов.

Главная цель курса — научить слушателей понимать основные явления, делать оценку эффектов, получать данные, используя монографии и справочники.

Книга состоит из трех частей. В первой части рассматривается прохождение через вещество тяжелых частиц, электронов и гамма-квантов, образование электромагнитных ливней. Дается краткое описание лептонов, кварков, адронов, рассматриваются прохождение протонов и основные реакции с нейтронами. По основным разделам предлагаются задачи.

Вторая часть посвящена приборам для регистрации частиц. Подробно рассматриваются приборы, которые широко применяются в настоящее время. Приводятся данные по новым методическим разработкам, опубликованным в журналах и еще не вошедшим в монографии. Дается краткое описание приборов, с помощью которых был сделан большой вклад в развитие экспериментальной ядерной физики, но в настоящее время редко используемых. По этой части курса организован специальный ядерный практикум.

Третья часть книги посвящена законам статистики в ядерных экспериментах. Рассматриваются закон Пуассона, биномиальный закон, просчеты приборов, случайные совпадения. Описывается обработка экспериментов методом максимального правдоподобия. Рассматривается сравнение эксперимента с теорией методом хи-квадрат Пирсона.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Книга поддержана грантом «Ведущие научные школы России» НШ-5655.2008.2. Руководителем гранта является А. П. Онучин.

Поскольку это учебная книга, решено не перегружать текст ссылками на первоисточники. В конце глав приводятся списки основной литературы для более глубокого изучения предмета.

В заключение выражаю искреннюю благодарность большой группе физиков, принявших активное участие в подготовке книги к изданию. Среди них те, кто слушал этот курс лекций — А. Ю. Барняков, М. Ю. Барняков, В. В. Баруткин, И. Ю. Басок, В. С. Бобровников, Д. В. Гусев, А. Н. Юшков, а также мои коллеги — С. А. Кононов, Е. А. Кравченко, Ю. И. Сковпень, В. А. Таюрский, К. Ю. Тодышев. Особенно я благодарен В. В. Баруткину за большой вклад в эту работу. Активное участие этой группы физиков стало одним из определяющих условий выхода книги в свет.

Особая благодарность за идею создания этой книги и поддержку в период подготовки ее к изданию моей жене Ирине Валентиновне и сыну Мише. ЧАСТЬ І

прохождение частиц через вещество

#### введение

Первая часть курса посвящена теории прохождения частиц через вещество. Рассмотрены особенности взаимодействия тяжелых частиц, электронов и гаммаквантов с веществом, а также развитие электромагнитных ливней. Эти задачи с хорошей точностью решены в рамках квантовой электродинамики. Однако решение некоторых задач и в рамках классической электродинамики дает неплохую точность. Такие задачи, включенные в этот курс, помогают читателям глубже понять природу явления. В последней главе первой части дана краткая информация о лептонах, кварках, адронах, рассмотрен ядерный пробег протонов и основные реакции взаимодействия нейтронов с веществом. По основным разделам предлагаются задачи.



Идентификация частиц по ионизационным потерям во времяпроекционной камере детектора STAR коллайдера релятивистских ионов (RHIC)

#### Глава 1

#### ПРОХОЖДЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

#### § 1.1. ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ФОРМУЛА БЕТЕ-БЛОХА

#### 1.1.1. Вывод формулы

Заряженная частица, проходя через вещество, отрывает электроны от атомов — производит ионизацию. Потери энергии частицы в этом процессе называются ионизационными потерями. Сделаем оценку этих потерь. Найдем импульс,



который приобретет покоящаяся частица с зарядом e от частицы с зарядом ze, пролетающей со скоростью  $\upsilon$  на прицельном расстоянии b от покоящейся частицы (рис. 1.1). При грубой оценке на частицу в течение времени  $\tau \approx \frac{2b}{\upsilon}$  действует кулоновская сила  $f \approx \frac{ze^2}{b^2}$ 

(в СГСЭ). Переданный импульс

$$\Delta p \approx f\tau = \frac{2b}{\upsilon} \frac{ze^2}{b^2} = \frac{2ze^2}{b\upsilon}.$$
 (1.1)

Для точного расчета необходимо учесть зависимость силы от времени и взять интеграл:

*Puc. 1.1.* К оценке переданной атомарному электрону энергии

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \, dt$$

Интересно отметить, что точный расчет совпадает с грубой оценкой (1.1).

Энергия, которую получает частица с массой *m* в результате прохождения мимо нее заряженной частицы с массой *M*:

$$T_m = \frac{mv^2}{2} = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = 2\frac{(ze^2)^2}{mv^2b^2}.$$
 (1.2)

Как видно,  $T_m \sim \frac{1}{m}$ . Это означает, что проходящая частица будет передавать энергию в основном электронам, а не ядрам.

Определим энергию dE, которую теряет частица при прохождении слоя однородного вещества толщиной dx. Каждому электрону частица передает энергию  $T_m$  (1.2). В веществе с плотностью  $\rho$ , зарядом ядра  $z_0$  и атомным весом A плотность электронов составляет  $\frac{N_0}{A} z_0 \rho$ , где  $N_0$  — число Авогадро. В кольце вещества с радиусом b, шириной db и толщиной dx (рис. 1.2) содержится  $2\pi b \, db \, dx \, \frac{N_0}{A} z_0 \, \rho$ электронов. Следовательно,



$$-dE = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} 2\pi b \, db \, dx \, \frac{N_0}{A} z_0 \, \rho \, \frac{2(ze^2)^2}{mv^2 b^2} \,, \tag{1.3}$$

где интегрирование производится по всем допустимым прицельным параметрам. При прохождении частицы через вещество ее энергия уменьшается, поэтому принято dE писать со знаком «-», хотя вычисляемая величина положительна. Потери энергии на единицу длины составят

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi \frac{N_0}{A} z_0 \rho \frac{2 (ze^2)^2}{m \upsilon^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} = 4\pi \frac{N_0}{A} z_0 \rho \frac{z^2}{\beta^2} r_0^2 mc^2 \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}},$$
(1.4)

Рис. 1.2. К определению потерь энергии при прохождении частицей слоя вещества толщиной dx

где  $r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$  — классический радиус электрона.

Часто толщину вещества удобно выражать в единицах

$$t = x \rho$$
,

измеряемых в граммах на квадратный сантиметр. Учитывая, что  $4\pi N_0 r_0^2 mc^2 =$  $= 0.3 \,\mathrm{M} \cdot \mathrm{Gm}^2$ , выражение (1.4) можно записать:

$$-\frac{dE}{dt} = 0.3 \frac{z_0}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \ln \frac{b_{\text{max}}}{b_{\text{min}}} \left[\frac{\text{M}\Im\text{B}}{\Gamma/\text{cM}^2}\right].$$
(1.5)

Параметры  $b_{\min}$  и  $b_{\max}$  должны принимать конечные значения. Иначе, если  $b_{\min} \rightarrow 0$  или  $b_{\max} \rightarrow \infty$ , то  $\ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \rightarrow \infty$ . Определим  $b_{\min}$  и  $b_{\max}$ . Существует два подхода для нахождения  $b_{\min}$ : в рамках

квантовой и классической механики.

По принципу неопределенности  $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$ . Поэтому  $(\Delta p_x)_{\max} \Delta x_{\min} \simeq \hbar$ . Если в качестве  $(\Delta p_x)_{\rm max}$  взять максимальный поперечный импульс  $(p_{\perp})_{\text{max}}$ , переданный покоящейся частице с массой т налетающей частицей с массой M (рис. 1.3 и 1.4), то можно записать  $(p_{\perp})_{\max}b_{\min} \simeq \hbar$ . Откуда

$$b_{\min} \simeq \frac{\hbar}{(p_{\perp})_{\max}} \,.$$



Рис. 1.3. Импульсы частиц в ЛСО и СЦИ до взаимодействия

Для определения  $(p_{\perp})_{\text{max}}$  перейдем в систему центра инерции (СЦИ), в которой сумма импульсов всех частиц равна нулю. В нашем случае в лабораторной системе отсчета (ЛСО) частица с массой m покоится, а частица с массой M движется

с импульсом  $\mathbf{p}_M$ . В СЦИ эти частицы имеют одинаковые по модулю и разные по направлению импульсы (см. рис. 1.3). Система центра инерции движется в том же направлении, что и частица с массой M со скоростью  $v_{\mathbf{u}\,\mathbf{u}}$ . Используя преобразования Лоренца, находим

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}_M^*| &= \left(p_M - \beta_{\mathbf{u}\,\mathbf{u}} \frac{E_M}{c}\right) \gamma_{\mathbf{u}\,\mathbf{u}} \\ |\mathbf{p}_m^*| &= \frac{mc^2}{c} \beta_{\mathbf{u}\,\mathbf{u}} \gamma_{\mathbf{u}\,\mathbf{u}} \,, \end{aligned}$$

где  $E_M$  — полная энергия частицы с массой M;  $\beta_{\mathbf{u}\mathbf{u}} = \frac{\upsilon_{\mathbf{u}\mathbf{u}}}{c}$ ;  $\gamma_{\mathbf{u}\mathbf{u}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2}}$ . Из

определения СЦИ  $\, {\bf p}_M^* + {\bf p}_m^* = 0,$ откуда

ЛСО СЦИ 
$$p_M - \beta_{\Pi \Pi} \frac{E_M}{c} = \beta_{\Pi \Pi} \frac{mc^2}{c},$$
$$\beta_{\Pi \Pi} = \frac{p_M c}{E_M + mc^2}.$$



$$\beta_{\rm ц\, \it u} \approx \frac{p_M c}{E_M} = \beta \,,$$

где  $\beta$  — скорость частицы M в ЛСО, поделенная на c.

*Puc. 1.4.* Импульсы частиц в ЛСО и СЦИ после взаимодействия

Таким образом, в СЦИ

 $|\mathbf{p}_m^*| = mc\beta\gamma.$ 

При переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую поперечные компоненты импульса не меняются. В СЦИ максимальный поперечный импульс соответствует случаю, когда после взаимодействия частицы разлетаются в направлении, перпендикулярном первоначальному движению. Значит, после взаимодействия в ЛСО максимальный поперечный импульс частицы с массой *m* 

$$(p_{\perp})_{\max} = mc\beta\gamma$$
,

откуда окончательно получаем

$$b_{\min}^{\text{\tiny KB}} = rac{\hbar}{(p_{\perp})_{\max}} = rac{\hbar\sqrt{1-eta^2}}{marboldsymbol{v}},$$

Найдем  $b_{\min}$  в рамках классической механики. Из выражения (1.2) видно, что энергия, которую получает электрон в результате взаимодействия с пролетающей частицей, максимальна при минимальном прицельном параметре *b*. Таким образом, можно записать

$$(T_m)_{\max} = \frac{2(ze^2)^2}{mv^2} \frac{1}{b_{\min}^2}$$

С другой стороны, при упругом столкновении покоящейся частицы с массой *m* и налетающей частицы с массой *M* максимальная переданная кинетическая энергия (при лобовом столкновении) в нерелятивистском случае

$$(T_m)_{\max} = \frac{4mM}{(m+M)^2} \frac{M\upsilon^2}{2} \,.$$

В случае  $M \gg m$ 

$$(T_m)_{\max} = 2mv^2.$$

Приравнивая оба выражения для  $(T_m)_{max}$ , находим

$$b_{\min}^{\kappa_{\mathcal{I}}} = \frac{ze^2}{m\upsilon^2} \,.$$

Интегрирование выражения (1.3) следует выполнять в диапазоне прицельных параметров, где справедливы оба подхода — квантовый и классический. То есть необходимо выбрать больший из двух найденных  $b_{\min}$ . Сравним  $b_{\min}^{\kappa_{\rm B}}$  и  $b_{\min}^{\kappa_{\rm n}}$ . В нерелятивистском случае и при z = 1

$$\frac{b_{\min}^{\rm KB}}{b_{\min}^{\rm K\pi}} = \left(\frac{\hbar}{m\upsilon}\right) \middle/ \left(\frac{e^2}{m\upsilon^2}\right) = \frac{\hbar\upsilon}{e^2} = \frac{\upsilon}{\alpha c} \,,$$

где  $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$  — постоянная тонкой структуры. Величина  $\alpha c$  — это скорость электрона на боровской орбите в атоме. Мы всюду рассматривали взаимодействие частицы со свободным электроном. Это можно делать только в том случае, если время взаимодействия много меньше времени обращения электрона вокруг ядра в атоме. То есть скорость частицы должна быть много больше скорости электрона:  $\upsilon \gg \alpha c$ . Следовательно,  $b_{\min}^{\kappa_B} > b_{\min}^{\kappa_{\pi}}$ . В релятивистском случае получается такой же результат. Окончательно запишем

$$b_{\min} = \frac{\hbar\sqrt{1-\beta^2}}{m\upsilon}$$

Для нахождения максимального прицельного параметра  $b_{\max}$  используем условие взаимодействия частицы со свободным электроном. Время взаимодействия  $\tau$  должно быть много меньше периода обращения электрона в атоме:  $\tau \ll \frac{1}{\nu}$ , где  $\nu$  – частота обращения электрона в атоме. Мы принимали  $\tau = \frac{2b}{\nu}$ .

В релятивистском случае расстояние *b* в неподвижной системе отсчета меньше в  $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  раз, чем в сопутствующей системе отсчета, откуда  $\frac{2b\sqrt{1-\beta^2}}{\upsilon} \ll \frac{1}{\nu}$ . Следовательно,

$$b_{\max} = \frac{1}{2\nu} \frac{\nu}{\sqrt{1 - \beta^2}} \,. \tag{1.6}$$

Подставляя найденные значения  $b_{\min}$  и  $b_{\max}$  в (1.5), получаем

$$-\frac{dE}{dt} = 0.3 \frac{z_0}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \ln\left(\frac{mc^2}{2\hbar\nu}\beta^2\gamma^2\right).$$
(1.7)

#### 1.1.2. Формула Бете-Блоха

Более точное выражение для удельных потерь энергии дается формулой Бете— Блоха [1–3], которая выглядит следующим образом:

$$-\frac{dE}{dt} = 0.3 \frac{z_0}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln\left(\frac{2mc^2}{I(z_0)}\beta^2\gamma^2\right) - \beta^2 - \delta(\beta^2, z_0) \right] \quad \left[\frac{\mathrm{M}\mathfrak{s}\mathrm{B}}{\Gamma/\mathrm{cM}^2}\right], \tag{1.8}$$

где  $I(z_0) \approx 16z_0 \, [\text{эB}] - \text{средний потенциал ионизации атома. Иногда для } I(z_0)$  используют выражение  $I(z_0) \approx 16z_0^{0.9} \, [\text{эB}] \, [3, 4].$ 

В формуле Бете-Блоха более точно учтены следующие эффекты:

- пределы интегрирования  $b_{\min}$  и  $b_{\max}$ ;
- квантовые эффекты;
- эффект плотности вещества  $\delta(\beta^2, z_0)$ .

На рис. 1.5 представлена зависимость полных потерь энергии положительных мюонов в меди. Энергия мюонов охватывает 12 порядков.

Далее рассмотрим области больших и малых скоростей.



Рис. 1.5. Потери энергии положительных мюонов в меди как функция  $\beta\gamma$  [3]

#### 1.1.3. Область малых скоростей

Формула Бете—Блоха применима в области энергий, где электрон можно считать свободным, т.е. для скоростей  $\beta > \alpha z_0$ . При меньших скоростях имеют место различные эффекты, которые зависят от знака заряда частицы и свойств среды. Например, захват  $\alpha$ -частицей электронов с образованием нейтрального атома Не. Отличие ионизационных потерь для положительного и отрицательного мюонов в области малых скоростей показано на рис. 1.5.

### 1.1.4. Область релятивистских скоростей Эффект плотности

Из формулы (1.7) видно, что при  $\gamma \to \infty$  потери энергии логарифмически стремятся к бесконечности. Исследование данного вопроса впервые провел Э. Ферми, поэтому рассматриваемию область энер-

поэтому рассматриваемую область энергий часто связывают с его именем. В реальности при увеличении  $\gamma$  рост потерь замедляется, и значение  $-\frac{dE}{dt}$  выходит на почти постоянный уровень (плато Ферми). На рис. 1.6 показана зависимость  $-\frac{dE}{dt}$  от энергии для жидкого и газообразного азота. Отклонение роста ионизационных потерь от логарифмической зависимости в области больших  $\beta\gamma$  называется эффектом плотности.



*Рис. 1.6.* Ионизационные потери в жидком и газообразном азоте. Иллюстрация эффекта плотности

Рассмотрим природу данного эффекта. Логарифмический рост потерь энергии обусловлен увеличением максимального прицельного параметра  $b_{\max}$ , который



пропорционален  $\gamma$  (1.6). Увеличение с ростом энергии расстояния, на котором заряженная частица ионизирует среду, связано с изменением электрического поля релятивистской частицы. В случае  $\gamma \approx 1$  электрическое поле, создаваемое частицей, равно  $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{R}}{R^3}$ . При  $\gamma > 1$  продольная составляющая вектора напряженности электрического поля уменьшается как  $E_{\parallel} \sim \frac{1}{\gamma^2}$ , а поперечная увеличивается как  $E_{\perp} \sim \gamma$  (рис. 1.7). Таким образом, с ростом  $\gamma$  увеличивается  $b_{\max}$  и тем самым

*Puc. 1.7.* Электрическое поле движущейся частицы

Насыщение ионизационных потерь происходит оттого, что под действием электрического поля пролетающей частицы среда поляризуется. Это приводит к образованию в среде электрического поля, которое ослабляет поле частицы на больших

возрастает количество электронов, вовлеченных в процесс ионизации.

расстояниях (рис. 1.8). В менее плотном веществе экранирование слабее, чем в более плотном, и насыщение наступает при бо́льших энергиях.

Расчету эффекта плотности, представляющего довольно сложную проблему, посвящено несколько опубликованных работ [5–8]. Наиболее точные результаты получил Р. Штернхаймер. В современных расчетах ионизационных потерь используются результаты его работы.

#### 1.1.5. Минимальные ионизационные потери

Рассмотрим потери на ионизацию в минимуме. Для определенности рассмотрим алюминий ( $z_0 = 13, A = 26$ ). Минимум потерь достигается при  $\beta \gamma \approx 4$ . Тогда

$$\beta^2 = rac{(\beta\gamma)^2}{1+(\beta\gamma)^2} = rac{16}{17} pprox 1$$

Потенциал ионизации

$$I = 16 \, \mathrm{sB} \cdot 13 \approx 200 \, \mathrm{sB} \, \mathrm{.}$$

Подставив это значение в формулу Бете-Блоха, получим минимальные потери

$$\left(-\frac{dE}{dt}\right)_{\min} = 1.6 \frac{M \cdot B}{\Gamma/cM^2}.$$

Как видно из (1.8), зависимость потерь от свойств материала обусловлена в основном коэффициентом  $\frac{z_0}{A}$ . Стоит отметить, что для тяжелых атомов  $\frac{z_0}{A} \approx \frac{1}{3}$ , а для легких —  $\frac{z_0}{A} \approx \frac{1}{2}$ . Исключение составляет водород, у которого  $\frac{z_0}{A} = 1$ .

На рис. 1.9 показана зависимость ионизационных потерь от  $\beta\gamma$  вблизи минимума и приведены минимальные потери на ионизацию для некоторых материалов [3] Так как вблизи и выше минимума величина  $-\frac{dE}{dt}$  изменяется медленно, для грубых оценок ионизационных потерь энергии релятивистской частицы можно использовать значение  $-\frac{dE}{dt} \approx 2 \frac{M \Im B}{\Gamma/cM^2}$ .

В справочниках можно найти зависимости ионизационных потерь в широком диапазоне βγ.

#### Замечания

1. При прохождении заряженной частицы через вещество помимо вырывания электронов из атомов (ионизации) происходит переход электрона с основной орбиты на возбужденную. Это возбуждение снимается посредством испускания фотона. Пролетающая частица затрачивает энергию и на этот процесс. Поэтому более точно надо говорить, что происходят потери на ионизацию и возбуждение.



*Puc. 1.8.* К объяснению эффекта плотности



Puc. 1.9. Минимум энергетических потерь

2. Формула Бете—Блоха была получена для тяжелых частиц, поэтому она негодится для точного расчета ионизационных потерь электронов. Однако расчеты, выполненные для электронов по формуле Бете—Блоха, имеют ошибку не более 10%.

3. Иногда удельные потери энергии выражают не как функцию скорости, а как функцию длины пробега частицы в веществе. Зависимость  $-\frac{dE}{dt}(x)$  называется кривой Брэгга, ее характерный вид показан на рис. 1.10.



#### Задачи

Задача 1.1.1. Объяснить форму кривой Брэгга (рис. 1.10).

Задача 1.1.2. Протон с энергией 10 МэВ проходит 1 см воздуха при нормальных условиях. Оценить ионизационные потери протона.

#### § 1.2. δ-ЭЛЕКТРОНЫ. ПЕРВИЧНАЯ И ПОЛНАЯ ИОНИЗАЦИЯ

На заре экспериментальной ядерной физики, когда появились первые трековые приборы (в частности, камеры Вильсона, где можно было видеть траекторию частицы), обнаружили следующую картину. Частица, пролетая в детекторе, оставляет след, от которого можно наблюдать некоторые ответвления (рис. 1.11), их назвали  $\delta$ -электронами (предыдущие буквы греческого алфавита  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  уже были заняты).



Puc. 1.11. Ионизационные следы вдоль треков частиц

Тогда еще было не понятно, как происходят процессы ионизации. На современном языке данное явление можно описать следующим образом. Пролетающая вблизи атома частица может сообщить электрону некоторую энергию. Если эта энергия много больше энергии связи в атоме, то кинетической энергии вырванного электрона достаточно для образования ионов. В трековых камерах видно ионизацию, которую производят эти электроны. Итак, δ-электроны — это электроны, оторванные от атома, с энергией, достаточной для последующей ионизации.

### 1.2.1. Число δ-электронов Формула Резерфорда

Решим следующую задачу. На пластинку толщиной x падает частица с массой M, со скоростью  $\upsilon$  и с зарядом ze (рис. 1.12). Нужно найти число  $\delta$ электронов с кинетической энергией в интервале от  $T_1$  до  $T_2$ .

Энергия T, которую получает электрон, однозначно связана с прицельным параметром b (1.2):

$$T = \frac{2(ze^2)^2}{m {\it v}^2} \frac{1}{b^2} \, . \label{eq:T}$$



*Puc. 1.12.* К определению числа δ-электронов

Количество электронов в кольце радиусом от b до b + db и толщиной x

$$dN = \frac{N_0}{A} \rho z_0 \, 2\pi b \, db \, x$$

где N<sub>0</sub> — число Авогадро; A, z<sub>0</sub> и  $\rho$  — атомный вес, заряд ядра и плотность вещества.

Выразим dN через dT:

$$b^2 = rac{2(ze^2)^2}{m v^2} rac{1}{T} \,, \qquad |2b\,db| = \left|rac{2(ze^2)^2}{m v^2} rac{1}{T^2}\,dT
ight| \,,$$

откуда

$$dN = \frac{N_0}{A} \, \rho z_0 \pi x \, \frac{2(ze^2)^2}{m \upsilon^2} \frac{1}{T^2} \, dT$$



А 
$$mb^2$$
  $T^2$   
Учитывая, что  $\frac{e^4}{mv^2} = \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{mc^2}{\beta^2} = r_0^2 \frac{mc^2}{\beta^2}$   
( $r_0$  — классический радиус электрона), можно за-  
писать

$$dN = 2\pi t \, \frac{N_0}{A} \, z_0 \, \frac{z^2}{\beta^2} \, r_0^2 m c^2 \frac{1}{T^2} \, dT \, .$$

Введя обозначение Ландау  $\xi = 0.15 \frac{z_0}{A} \frac{z^2}{\beta^2} t$  [МэВ], где t выражено в граммах на квадратный сантиметр, получаем формулу Резерфорда (рис. 1.13):

Рис. 1.13. Зависимость числа бэлектронов от их кинетической энергии



#### 1.2.2. Область малых значений энергии

Из выражения (1.9) видно, что при  $T \to 0$  число δ-электронов стремится к бесконечности. Такого, естественно, не бывает. Мы считали электроны свободными. На самом деле электроны в атоме связаны с ядром. Поэтому грубо можно считать, что формула Резерфорда работает в области, где энергия δ-электрона больше энергии связи на Коболочке (максимальной энергии связи в атоме):

$$T > \varepsilon_{\rm K} \approx 14 z_0^2 \, \mathrm{sB}$$
.



Рис. 1.14. Число б-электронов в

При  $T < \varepsilon_{\rm K}$  спектр  $\delta$ -электронов имеет сложную области малых значений Т форму (рис. 1.14).

#### 1.2.3. Максимальная энергия б-электронов

Здесь потребуется применение специальной теории относительности. При переходе из одной системы отсчета X Y Z в систему отсчета X' Y' Z', движущуюся относительно первой со скоростью  $\beta c$  по направлению оси X (рис. 1.15), преобразование Лоренца для энергии и компонент импульса имеет следующий вид:

$$cp'_{x} = (cp_{x} - \beta E)\gamma, \qquad p'_{y} = p_{y}, \qquad p'_{z} = p_{z}, \qquad E' = (E - \beta cp_{x})\gamma.$$
(1.10)


При упругом столкновении частицы с массой M, импульсом p, полной энергией E с покоящейся частицей с массой m переданная энергия будет максимальна в случае, если после взаимодействия частица m движется в направлении первоначального движения частицы M. Для вычисления  $T_{\text{max}}$ перейдем в систему центра инерции. Используя преобразования (1.10), найдем абсолютные значения импульсов частиц M и m в СЦИ:

*Puc. 1.15.* К преобразованиям Лоренца

$$cp_M^* = (cp - \beta_{\mathfrak{u}\mathfrak{u}}E)\gamma_{\mathfrak{u}\mathfrak{u}}, \qquad (1.11)$$

$$cp_m^* = (0 + \beta_{\mathfrak{l}\mathfrak{u}\mathfrak{u}}mc^2)\gamma_{\mathfrak{l}\mathfrak{u}\mathfrak{u}} = \beta_{\mathfrak{l}\mathfrak{u}}\gamma_{\mathfrak{l}\mathfrak{u}}mc^2.$$
(1.12)

В системе центра инерции импульсы обеих частиц равны по модулю и противоположны по направлению. Приравнивая  $cp_M^*$  и  $cp_m^*$ , находим скорость центра инерции:

$$\beta_{\mathbf{I},\mathbf{I}} = \frac{cp}{E + mc^2} \,.$$

Полная энергия частицы *m* в СЦИ согласно (1.10):

$$E_m^* = mc^2 \gamma_{\mathrm{ц}\,\mathrm{u}}$$
 .

После взаимодействия импульсы частиц в СЦИ меняют направление на противоположное. Выполняя преобразование Лоренца при переходе из СЦИ в лабораторную систему отсчета, находим максимальную энергию частицы *m*:

$$E_{\max} = (mc^2 \gamma_{\mathfrak{u}\mathfrak{u}} + \beta_{\mathfrak{u}\mathfrak{u}}^2 \gamma_{\mathfrak{u}\mathfrak{u}} mc^2) \gamma_{\mathfrak{u}\mathfrak{u}} = mc^2 \frac{1 + \beta_{\mathfrak{u}\mathfrak{u}}^2}{1 - \beta_{\mathfrak{u}\mathfrak{u}}^2}$$

Откуда максимальная кинетическая энергия

$$T_{\rm max} = E_{\rm max} - mc^2 = \frac{2mc^2(cp)^2}{(Mc^2)^2 + 2Emc^2 + (mc^2)^2}.$$
 (1.13)

Рассмотрим два случая.

1. Нерелятивистский случай:  $\gamma\approx 1,\, E\approx Mc^2,\, p\approx M\mathfrak{v}.$ Тогда

$$T_{\max} = \frac{2mc^2c^2M^2\upsilon^2}{M^2c^4 + 2Mc^2mc^2 + m^2c^4} = \frac{4mM}{(M+m)^2}\frac{M\upsilon^2}{2}$$

2. Ограниченно релятивистский случай:  $\frac{mc^2}{2} \ll E \ll \frac{Mc^2}{2mc^2}\,Mc^2\,.$ 

Тогда можно пренебречь двумя последними членами в знаменателе выражения (1.13) и записать <u>dN</u>

$$T_{\rm max} \approx 2mc^2 \frac{(cp)^2}{(Mc^2)^2} = 2mc^2\beta^2\gamma^2.$$

Для **б**-электронов

$$T_{\rm max} \approx \gamma^2 \,[{
m M} \Im {
m B}]$$
.



$$N = \xi \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \,.$$

Это значение справедливо при условии, что интервал энергий  $T_1 - T_2$  лежит в области от  $\varepsilon_{\rm K}$  до  $T_{\rm max}$  (рис. 1.16).

### 1.2.4. Первичная и полная ионизация

Полное число электрон-ионных пар, образованных в веществе при прохождении заряженной частицы, складывается из электрон-ионных пар, образованных непосредственно пролетающей частицей (первичная ионизация), и пар, которые образовались при взаимодействии δ-электронов с веществом:

$$N_{\text{полн}} = N_{\text{перв}} + N_{\delta}$$
.

Из теоретических и экспериментальных данных известно, что первичная ионизация составляет примерно лишь четверть от полной ионизации [4]. Это обстоятельство играет большую роль при рассмотрении флуктуаций ионизационных потерь энергии.

На образование одной электрон-ионной пары в газе частица затрачивает энергию 20...40 эВ, в среднем 30 эВ, тогда как средний «эффективный» потенциал ионизации — 15 эВ [4, 9]. Таким образом, половина теряемой энергии идет на ионизацию, а другая половина — на возбуждение атомов. Поэтому потери энергии, которые мы рассматривали, правильнее называть потерями энергии на ионизацию и возбуждение.

### Задачи

Задача 1.2.1. Протон с кинетической энергией 1ГэВ проходит 1 см свинца. Найти потери энергии на ионизацию: сделать оценки, найти точное значение по справочникам. Задача 1.2.2. Протон с энергией 50 МэВ проходит 1 см воздуха при нормальных усло-

виях. Найти число δ-электронов с энергиями в интервале 10...15 кэВ.



*Рис. 1.16.* К расчету числа δ-электронов

### § 1.3. ФЛУКТУАЦИИ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ

Ионизационные потери энергии заряженной частицей в веществе — это статистический процесс, обусловленный большим числом столкновений с атомными электронами. Каждое столкновение — независимый процесс. Пропуская частицы с энергией  $E_0$  через слой вещества, на выходе мы будем фиксировать разные значения энергии частиц  $E_{\rm вых}$  (рис. 1.17). То есть теряемая энергия  $E_{\rm тер} = E_0 - E_{\rm вых}$  будет испытывать флуктуации. Определенное ранее значение  $-\frac{dE}{dt}$  (1.8) представляет собой среднее значение потерь энергии на ионизацию  $\overline{E}_{\rm тер}$ .



*Рис. 1.17.* К определению флуктуаций ионизационных потерь



Обычно пользуются относительной флуктуацией, определяемой как

$$\delta = \frac{\Delta_{1/2}}{\overline{E}_{\rm rep}} \,,$$

где  $\Delta_{1/2}$  — ширина спектра потерь энергии на полувысоте (рис. 1.18). Для распределения Гаусса

$$\Delta_{1/2} = 2.36\sigma, \qquad (1.14)$$

где **σ** — среднеквадратичное значение флуктуаций.

*Рис. 1.18.* Распределение потерь энергии  $E_{\text{тер}}$ 

Флуктуации потерь энергии связаны с процессом образования **б**-электронов. Спектр **б**-

электронов описывается формулой (1.9) и изображен на рис. 1.19. Число образованных  $\delta$ -электронов — случайная величина. Для флуктуаций  $E_{\rm тер}$  существенно число  $\delta$ -электронов с большой энергией, так как статистические флуктуации срав-

нительно небольшого числа  $\delta$ -электронов с энергией  $T \approx T_{\text{max}}$  велики, а каждый такой  $\delta$ -электрон уносит сравнительно большую часть энергии первичной частицы. Определим диапазон больших энергий как интервал от  $0.5T_{\text{max}}$  до  $T_{\text{max}}$ . Тогда число  $\delta$ -электронов в этом интервале:

$$N(T_{\max}) = \xi \left(\frac{1}{0.5T_{\max}} - \frac{1}{T_{\max}}\right) = \frac{\xi}{T_{\max}}.$$

По своей природе флуктуации делятся на три типа.



*Puc. 1.19.* К определению числа  $\delta$ электронов с  $T \approx T_{\text{max}}$ 

#### 1.3.1. Флуктуации Гаусса

Это распределение имеет место при условии

$$N(T_{\max}) \gg 1$$
.

Среднеквадратичное значение флуктуаций  $N(T_{\rm max})$  равно

$$\sigma_{N(T_{\max})} \approx \sqrt{N(T_{\max})} = \sqrt{\frac{\xi}{T_{\max}}},$$

а флуктуации теряемой энергии

$$\sigma_{E_{\text{rep}}} \approx T_{\max} \sigma_{N(T_{\max})} = \sqrt{\xi T_{\max}} \,.$$

Тогда из (1.14) получим

$$\Delta_{1/2} = 2.36 \, \sigma_{E_{
m rep}} = 2.36 \sqrt{\xi T_{
m max}} \, .$$

Относительные флуктуации:

$$\delta = \frac{\Delta_{1/2}}{\overline{E}_{\rm TED}} = \frac{2.36\sqrt{\xi T_{\rm max}}}{\overline{E}_{\rm TED}} \,.$$

### 1.3.2. Флуктуации Ландау

Для этого типа флуктуаций есть два условия:

1) число <br/>  $\delta$ -электронов, образованных с энергие<br/>й $T\approx T_{\rm max},$ много меньше единицы:

$$N(T \approx T_{\max}) = \frac{\xi}{T_{\max}} \ll 1;$$

2) число δ-электронов с энергией, бо́льшей энергии связи на К-оболочке, много больше единицы:

$$N(T > \varepsilon_{\mathrm{K}}) = \frac{\xi}{\varepsilon_{\mathrm{K}}} \gg 1.$$

Для такого случая задачу флуктуаций решил Ландау [10], и этот тип флуктуаций носит его имя. Флуктуации потерь энергии показаны на рис. 1.20. Функция имеет несимметричный вид. В области больших  $E_{\rm тер}$  тянется тонкий «хвост». Он обусловлен образованием  $\delta$ -электронов с большой энергией. В области слева от максимума функция имеет гауссов вид, обусловленный  $\delta$ -электронами с малой энергией, число которых много больше единицы.



Рис. 1.20. Распределение Ландау

Ширина спектра на полувысоте

$$\Delta_{1/2} \approx 4\xi,$$

а относительные флуктуации

$$\delta \approx \frac{4\xi}{\overline{E}_{\mathrm{rep}}} \,.$$

Рассмотрим зависимость величины δ от толщины t пройденного слоя вещества для флуктуаций Гаусса и Ландау:

Гаусс: 
$$\xi \sim t$$
; Ландау:  $\xi \sim t$ ;  
 $E_{\text{тер}} \sim t$ ;  $E_{\text{тер}} \sim t$ ;  
 $\delta_{E_{\text{тер}}} \sim \frac{1}{\sqrt{t}}$ .  $\delta_{E_{\text{тер}}} -$  не зависит от t!

## 1.3.3. Флуктуации в сверхтонких слоях

Критерий здесь следующий. Число δ-электронов с энергией, бо́льшей энергии связи на К-оболочке, меньше единицы:

$$N(T > \varepsilon_{\rm K}) < 1$$
.

Найдем эту толщину. Рассмотрим случай с  $N(T > \varepsilon_{\rm K}) = \frac{\xi}{\varepsilon_{\rm K}} = 1$ . Какой толщине  $t_1$  он будет соответствовать? Заранее можно сказать, что это реальная ситуация в современных газовых детекторах. Обычно в них используется инертный газ под давлением 1 атм. Причины этого мы обсудим во второй части нашего курса, где будет рассмотрено много примеров газовых детекторов. А сейчас определим толщину для инертного газа, который практически можно считать идеальным.

Энергия связи на К-оболочке

$$\varepsilon_{\rm K} = 14z_0^2 \,[\mathrm{sB}].\tag{1.15}$$

Для газа найдем  $\xi$ :

$$\xi = 0.15 \frac{z_0}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \rho x_1 \,.$$

Индекс 1 относится к условию образования на толщине  $x_1$  одного  $\delta$ -электрона в области энергий, бо́льших энергии связи на К-оболочке. Один моль газа занимает 22.4 л и весит *A* граммов:

$$\rho = \frac{A}{2.24 \cdot 10^4} \left[ \frac{\Gamma}{\mathrm{cm}^3} \right] \,.$$

Тогда можно переписать выражение для ξ:

$$\xi = 0.15 \frac{z_0}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \frac{A}{2.24 \cdot 10^4} x_1 \,[\text{M} \Rightarrow \text{B}] \approx 7 \frac{z_0 z^2}{\beta^2} x_1 \,[\Rightarrow \text{B}] \,.$$

Приравняв получившееся значение  $\xi$  к  $\varepsilon_{\rm K}$  (1.15), получим:

$$x_1 = 2z_0 \frac{\beta^2}{z^2} \left[ \text{CM} \right].$$

Таким образом, если толщина вещества  $x < x_1$ , то это и есть случай сверхтонких толщин, когда распределение Ландау не работает. Определим масштаб этих толщин на примере газов Ne и Ar:

Ne
 
$$z_0 = 10$$
 $\beta = 1$ 
 $z = 1$ 
 $x_1 \approx 20 \, \mathrm{cm}$ 

 Ar
  $z_0 = 18$ 
 $\beta = 1$ 
 $z = 1$ 
 $x_1 \approx 40 \, \mathrm{cm}$ 

Газовые детекторы имеют толщину, как правило, порядка 1 см. В этом случае флуктуации нельзя найти аналитически, поскольку необходимо учитывать электроны на К-, L-, М-оболочках (рис. 1.21). Основным источником информации о флуктуациях в этой области толщин долгое время были экспериментальные результаты.

Было выполнено несколько экспериментов, в том числе и эксперименты автора данной книги с В. И. Тельновым в 1974 году на пучке релятивистских электронов [11]. Эксперименты были проведены с различными газами при толщинах слоя 1...10 см. Измерения показали, что функция распределения по форме близка к распределению Ландау. Это легко понять. Число  $\delta$ электронов с энергией, бо́льшей  $\varepsilon_{\rm K}$ , меньше или равно 1, и «хвост» тянется, как в распределении Ландау. В области малых потерь энергий число  $\delta$ -электронов существенно больше единицы и функция распределения имеет гауссов вид. В



Рис. 1.21. К определению числа бэлектронов в случае сверхтонкой толщины слоя

современном мире задача решается для каждого конкретного газа. Существуют программы, специально написанные для расчета флуктуаций в газах, используемых в детекторах [12, 13].

### Замечание

• Хотя в рассматриваемом случае распределение Ландау не применимо, относительная флуктуация при его использовании отличается от правильного значения в 1.5...2 раза. Поэтому для грубых оценок можно использовать распределение Ландау.

## Задачи

Задача 1.3.1. Мюон с кинетической энергией  $T = 1 \Gamma$ эВ проходит 1 см воды. Найти флуктуации ионизационных потерь.

Задача 1.3.2. Протон с энергией 20 МэВ проходит 1 мм воды. Найти флуктуации ионизационных потерь.

#### § 1.4. СВЯЗЬ ПРОБЕГ-ЭНЕРГИЯ

Задача состоит в расчете пробега частицы в веществе с использованием данных для какой-то частицы. Как правило, существуют графики, таблицы зависимости пробега от энергии для протона в разных веществах [1]. В случае других частиц, например, µ-мезона, К-мезона, необходимо провести расчет, основываясь на данных для протона. Такую практическую задачу и предстоит нам решить.

Ионизационные потери пропорциональны квадрату заряда частицы и некоторой функции, зависящей от скорости частицы и от вещества:

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 \varphi(\upsilon, z_0) \,. \tag{1.16}$$

Перейдем от энергии к скорости:

$$E = rac{Mc^2}{\sqrt{1 - \left(rac{\mathbf{v}}{c}
ight)^2}} = M \cdot f_1(\mathbf{v});$$
  
 $dE = M \cdot f_1'(\mathbf{v})d\mathbf{v} = M \cdot f_2(\mathbf{v})d\mathbf{v}.$ 

Тогда выражение (1.16) можно записать в следующем виде:

$$\frac{M \cdot f_2(\upsilon) d\upsilon}{dx} = z^2 \varphi(\upsilon, z_0)$$

Откуда получим

$$\int_{v}^{0} -\frac{M \cdot f_{2}(v) dv}{z^{2} \varphi(v, z_{0})} = \int_{0}^{R} dx = R, \qquad (1.17)$$

где R — пробег частицы. Интегрирование ведется от начала до конца пробега. Перепишем (1.17):

$$R = \frac{M}{z^2} \Phi(\upsilon, z_0) , \qquad (1.18)$$

где  $\Phi(v, z_0)$  — некая универсальная функция, зависящая от начальной скорости и вещества. Это и есть то, что нам нужно знать для пересчета данных протонов на другие частицы. Индексом *i* обозначим величины, относящиеся к протону:

$$M_i, z_i, E_i, z_0, \qquad R_i = F(E_i, z_0),$$

а индексом *х* — данные для новой частицы:

$$M_x, z_x, E_x, z_0, \qquad R_x = ?.$$

Исходя из (1.18), можно записать

$$R_x = \frac{M_x}{M_i} \left(\frac{z_i}{z_x}\right)^2 R_i \left(E_i, z_0\right) \,,$$

где  $E_i = \frac{E_x}{M_x} M_i$  обеспечивает равенство скоростей. Таким образом, зная массу и заряд частицы, можно найти ее пробег по известному пробегу другой частицы.

#### Задача

Задача 1.4.1. Найти пробег мюона с энергией 10 МэВ в воздухе, зная, что для нерелятивистской  $\alpha$ -частицы пробег в воздухе дается формулой  $R_{\alpha} = 0.3 T_{\alpha}^{3/2}$ , где  $R_{\alpha}$  измеряется в сантиметрах, а  $T_{\alpha}$  – в мегаэлектронвольтах.

#### § 1.5. РАЗБРОС ПРОБЕГОВ

Поскольку ионизационные потери флуктуируют, пробеги частиц также испытывают флуктуации. W =Представим следующий эксперимент. На слой вещества толщиной x падает  $N_0$  частиц, а выходит N частиц, что мы и измеряем детектором, расположенным за веществом (рис. 1.22). В результате для зависимости  $\frac{N}{N_0}$  от толщины x получится следующая картина: сначала при малых x выходят все частицы, затем из-за флуктуаций ионизационных потерь одни частицы будут проходить большее расстояние, другие — меньшее. Можно построить дифференциальное распределение  $\frac{dW}{dx}$  (рис. 1.23). Получим распределение Гаусса:



*Puc. 1.22.* К определению разброса пробегов



*Puc. 1.23.* Дифференциальное распределение пробегов



Относительные флуктуации пробега могут быть представлены следующим образом [2]:

$$\frac{\sigma_R}{\overline{R}} = \sqrt{200 \frac{m_e}{M}} f\left(\frac{T}{Mc^2}\right) \,,$$

где T — кинетическая энергия, M — масса частицы,  $m_e$  — масса электрона. Функцию  $f\left(\frac{T}{Mc^2}\right)$  для раз-

ных веществ можно найти в справочниках (рис. 1.24)

### Замечания

1. Зависимость  $\frac{\sigma_R}{\overline{R}} \sim \frac{1}{\sqrt{M}}$  – достаточно сильная зависимость от массы.

2. Предположим, что у нас есть какая-то камера (например, пузырьковая), в которой прямо видно траекторию частицы. На самом деле за счет рассеяния пробег частицы больше проекционного значения (рис. 1.25). Для определения истинного пробега необходимо складывать все «кусочки». В эксперименте редко бывает ситуация, когда видно всю траекторию, обычно используют стопку пластинок из какого-то металла, а между ними ставят детекторы (рис. 1.25). Наблюдая за срабатыванием детекторов,



определяют проекционный пробег частицы. Для повышения точности определения пробега необходимо брать тоненькие пластинки. Ясно, что проекционный пробег всегда меньше истинного:



Рис. 1.25. Истинный пробег

## $R_{\text{проекц}} < R_{\text{ист}}$ .

Это связано с рассеянием частиц. Для снижения данного эффекта необходимо брать вещество с малым зарядом z<sub>0</sub>.

3. Для электронов число частиц  $W = \frac{N}{N_0}$  начинает падать уже при малых значениях x. Поэтому для определения пробега используют такой способ: в месте максимального значения производ-

ной продлевают эту производную до пересечения с осью и точку, в которой производная пересекает ось, называют экстраполированным пробегом (рис. 1.26). Есть табличные данные по зависимости экстраполированного пробега от энергии электрона.

#### Задачи

Задача 1.5.1. Найти пробег мюона с кинетической энергией 1 ГэВ в свинце (оценки и точное значение).

Задача 1.5.2. Найти средний пробег и разброс пробегов для мюонов с энергией 70 МэВ в алюминии.



*Рис. 1.26.* К определению пробега в случае электронов [4]

### § 1.6. МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ

## 1.6.1. Среднеквадратичный угол. Радиационная единица Формула Росси

Пусть на слой вещества падает параллельный пучок частиц с известными массами, импульсами и зарядами. Если рассмотреть структуру траектории в веществе, то помимо ионизационных потерь происходят еще и рассеяния частиц на ядрах. Частицы испытывают большое число рассея-

ний и выходят из вещества под некоторым углом  $\alpha$ к первоначальной траектории (рис. 1.27). Этот угол зависит от типа вещества и его толщины. Такой механизм образования результирующего угла называется многократным рассеянием. Для разных частиц угол  $\alpha$ получается разным. За счет изотропности вещества с равной вероятностью образуются углы как  $+\alpha$ , так и  $-\alpha$ , т. е. в среднем частицы рассеиваются на нулевой угол (рис. 1.28). Таким образом, в терминах среднего угла никакой информации получить нельзя. Поэтому вводится понятие среднеквадратичного угла. Угол, на



*Puc. 1.27.* К определению угла рассеяния

который отклоняется частица при однократном рассеянии, является случайной величиной и не зависит от предыдущих актов рассеяния. Среднеквадратичный угол рассеяния — это сумма квадратов углов всех актов однократного рассеяния. В сферической системе координат

$$\overline{\theta^2} = \int \theta^2 \frac{dN}{d\Omega} \, d\Omega \,, \tag{1.19}$$

где 
$$\frac{dN}{d\Omega}$$
 — дифференциальное распределение числа рассеяний на угол  $heta$ ;



$$\frac{dN}{d\Omega} = nx\frac{d\sigma}{d\Omega}\,,$$

где  $n = \frac{N_0}{A} \rho$  — число ядер в 1 см<sup>3</sup>, а для дифференциального сечения рассеяния по углам воспользуемся формулой Резерфорда:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{z^2 z_0^2 r_0^2}{(2p\beta c)^2} \frac{(m_e c^2)^2}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \sim \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Так как рассеяние происходит преимущественно на малые углы, можно заменить  $\sin \frac{\theta}{2}$  на  $\frac{\theta}{2}$ . Телесный угол

*Рис. 1.28.* Угловое распределение

α

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta \, d\theta \approx 2\pi \theta \, d\theta \, ,$$

тогда формулу Резерфорда можно записать в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\approx \frac{4z^2z_0^2r_0^2(m_ec^2)^2}{(p\beta c)^2}\frac{1}{\theta^4}\,,$$

и среднеквадратичный угол (1.19) — в виде

$$\overline{\theta^2} = 8\pi \, \frac{N_0}{A} \, t \, \frac{z^2 z_0^2 r_0^2 (m_e c^2)^2}{(p\beta c)^2} \, \int\limits_{\theta_{\rm min}}^{\theta_{\rm max}} \frac{d\theta}{\theta} \, , \label{eq:theta2}$$

а после взятия интеграла:

$$\overline{\theta^2} = 8\pi \frac{N_0}{A} \frac{z^2 z_0^2 r_0^2 (m_e c^2)^2}{(p\beta c)^2} t \ln \frac{\theta_{\text{max}}}{\theta_{\text{min}}}.$$
(1.20)

Формула Резерфорда выведена в предположении, что ядра являются точечными и свободными. На самом деле ядра имеют размер и окружены электронами. Это накладывает ограничения на диапазон углов рассеяния, в котором можно использовать формулу Резерфорда. Минимальный и максимальный углы рассеяния можно получить из следующих соображений. Как известно, каждая частица обладает волновыми свойствами ( $\lambda = \frac{\hbar}{p}$ ). При рассеянии частиц происходит дифракция. Дифракционная картина наблюдается для углов  $\theta$ , при которых разность



длин оптических путей, огибающих диск диаметром R, становится порядка  $\lambda$ , т. е.  $\theta \sim \frac{\lambda}{R}$  (рис. 1.29). Для таких углов нельзя считать, что работают чисто кулоновские законы, по которым была получена формула Резерфорда. Максимальный угол определяется дифракцией на размере ядра:

$$\theta_{\rm max} \approx \frac{\lambda}{R_{\rm sgpa}},$$
(1.21)

а размер ядра описывается эмпирической формулой

*Puc. 1.29.* К определению  $\theta_{\min}$  и  $\theta_{\max}$ 

$$R_{\text{ядра}} = 1.4 \cdot 10^{-13} A^{1/3} [\text{см}]$$

полученной в результате экспериментов, аналогичных проведенным в свое время Резерфордом.

Минимальный угол определяется дифракцией на размере атома:

$$\theta_{\min} \approx \frac{\lambda}{R_{\text{атома}}}$$

размер атома определяется зависимостью

$$R_{\rm atoma} = 0.5 \cdot 10^{-8} z_0^{-1/3} \, [\rm cm].$$

Интересно отметить, что атом водорода больше, чем атом свинца, но размер ядра у водорода меньше.

Теперь можно получить логарифм, входящий в уравнение (1.20):

$$\ln \frac{\theta_{\max}}{\theta_{\min}} = \ln \frac{R_{\text{атома}}}{R_{\text{ядра}}} = \ln \left( \frac{0.5 \cdot 10^{-8} z_0^{-1/3}}{1.4 \cdot 10^{-13} A^{1/3}} \right) \approx 2L_{\text{кул}},$$

где величина

$$L_{\rm кул} = \ln\left(183z_0^{-1/3}\right)$$

называется кулоновским логарифмом.

Окончательно среднеквадратичный угол рассеяния можно представить как

$$\overline{\theta^2} = 16\pi \frac{N_0}{A} \frac{z^2 z_0^2 r_0^2 (m_e c^2)^2}{(p\beta c)^2} t \ln\left(183 z_0^{-1/3}\right)$$

Б. Росси предложил ввести новую единицу измерения толщины вещества — радиационную единицу *X*<sub>0</sub>:

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha \, \frac{N_0}{A} \, z_0(z_0+1) r_0^2 \, \ln\left(183 z_0^{-1/3}\right),$$

где для учета эффекта рассеяния на атомных электронах заряд  $z_0^2$  заменен на  $z_0(z_0+1)$ . Тогда выражение для среднеквадратичного угла можно будет записать как

$$\overline{\theta^2} = \frac{4\pi}{\alpha} (m_e c^2)^2 z^2 \frac{1}{(p\beta c)^2} \frac{t}{X_0} \,.$$

Введем следующую постоянную величину, имеющую размерность энергии:

$$E_s = 2m_e c^2 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \,,$$

и приближенно равную 21 МэВ. С учетом этого можно записать формулу Росси:

$$\sqrt{\overline{\theta^2}} = \frac{21}{(p\beta c)} z \sqrt{\frac{t}{X_0}} \,,$$

при условии, что *pc* выражено в мегаэлектронвольтах.

Благодаря введению величины  $X_0$  получилась совершенно простая формула. Радиационная единица используется не только в теории многократного рассеяния. Она входит еще в два процесса, которые мы вскоре рассмотрим. Измерять ее принято в граммах на квадратный сантиметр или в сантиметрах.  $X_0 \sim \frac{A}{z_0^2}$ , поэтому можно считать, что радиационная единица обратно пропорциональна  $z_0$ . Величины  $X_0$  с достаточной точностью рассчитаны. Для некоторых элементов значения  $X_0$  приведены в табл. 1.1. Формула Росси выражает среднеквадратич-

Таблица 1.1

Значения радиационной единицы для некоторых веществ [3]

$z_0$	Элемент	$X_0$ , г/см <sup>2</sup>
2	He	94.32
4	Be	65.19
6	$\mathbf{C}$	42.70
26	Fe	13.84
82	Pb	6.37

ный угол многократного рассеяния, т.е. применима при числе рассеяний  $N \gg 1$ . Число рассеяний зависит от толщины вещества, через которое проходит частица. Сформулируем условия применимости формулы Росси с точки зрения толщины материала. Проинтегрировав  $\frac{dN}{d\Omega}$ , найдем число рассеяний на углы в диапазоне от θ<sub>1</sub> до θ<sub>2</sub>:

$$N\left(\theta_{1} < \theta < \theta_{2}\right) = 4\pi \frac{N_{0}}{A} \frac{z^{2} z_{0}^{2} r_{0}^{2} (m_{e} c^{2})^{2}}{(p\beta c)^{2}} \left[\frac{1}{\theta_{1}^{2}} - \frac{1}{\theta_{2}^{2}}\right] t.$$

При  $\theta_1 \ll \theta_2$ 

$$N\left(\theta > \theta_1\right) \approx 4\pi \frac{N_0}{A} \frac{z^2 z_0^2 r_0^2 (m_e c^2)^2}{(p\beta c)^2} \, t \, \frac{1}{\theta_1^2} \, . \label{eq:N}$$



Применим следующий подход. Потребуем, чтобы в области  $\theta > \theta_{\max}$  число рассеяний было больше одного  $N \ge 1$ . В силу того, что мы имеем дело с резко растущей функцией в области малых углов (рис. 1.30), в области  $\theta_{\min} \dots \theta_{\max}$  число рассеяний будет  $N \gg 1$ . Это и есть физический критерий. Итак, давайте подберем такую толщину материала  $t_1$ , при которой число рассеяний на углы больше  $\theta_{\max}$  будет  $N \ge 1$ .

Рассмотрим предельный случай — одно рассе-



яние:  

$$N(\theta > \theta_{\max}) = 4\pi \, \frac{N_0}{A} \frac{z^2 z_0^2 r_0^2 (m_e c^2)^2}{(p\beta c)^2} \, t_1 \, \frac{1}{\theta_{\max}^2} = 1 \, .$$

Преобразуем оценку для  $\theta_{\text{max}}$ , введя в (1.21) постоянную тонкой структуры  $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ и классический радиус электрона  $r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} \approx 2.8 \cdot 10^{-13} \, \mathrm{cm}$ :

N

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} \frac{1}{\alpha} \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right) r_0 \left( \frac{m_e c^2}{e^2} \right) = \frac{r_0}{\alpha} \frac{m_e c^2}{pc} , \qquad (1.22)$$

$$R_{\text{ядра}} = 1.4 \cdot 10^{-13} A^{1/3} = 0.5 \, r_0 A^{1/3} \,. \tag{1.23}$$

Тогда

$$\theta_{\max} = \frac{r_0}{\alpha} \frac{m_e c^2}{nc} \frac{1}{0.5 r_0 A^{1/3}} = \frac{1}{\alpha} \frac{m_e c^2}{nc} \frac{1}{0.5 A^{1/3}}$$

Откуда находим  $t_1$ :

$$t_1 = \frac{1}{\alpha^2} \frac{A^{1/3} \beta^2}{\pi N_0 z^2 z_0^2 r_0^2}$$

Подставив известные константы, окончательно получим

$$t_1 = 1.25 \cdot 10^5 \frac{A^{1/3} \beta^2}{z^2 z_0^2} \left[ \frac{\Gamma}{\mathrm{cm}^2} \right].$$

Таким образом, формулу Росси можно применять в случае толщины материала, бо́льшей  $t_1$ . Это достаточно большие толщины. Так, для частиц с z = 1 и  $\beta = 1$  в свинце  $t_1 \approx 1 \cdot 10^2 \frac{\Gamma}{\text{см}^2}$ , а в алюминии  $t_1 \approx 2 \cdot 10^3 \frac{\Gamma}{\text{см}^2}$ .

## 1.6.2. Теория Мольера, формула Росси с коррекцией

Опубликовано несколько работ, посвященных созданию более строгой теории многократного рассеяния [14–19]. Наиболее точные результаты получены в работе Мольера [16]. В расчетах сделано лишь одно допущение — рассматриваются только малые углы. Г. фон Мольер точнее учел структуру атома, сделал более строгие расчеты в рамках квантовой электродинамики,

получил функцию распределения частиц по углам (рис. 1.31). В области малых углов происходит большое число рассеяний и функция имеет гауссов вид. На далеких углах — однократное рассеяние, т. е. рассеяние по теории Резерфорда на большой угол. Есть и область так называемого кратного рассеяния.

расна рго  $N \sim 1$ цьелла

 $N \gg 1$ 

dW

 $d\Omega$ 

Рассмотрим основные формулы теории Мольера, по которым можно производить расчет угла многократного рассеяния:

$$\overline{\Theta^2} = B\Theta_1^2$$
,



где  $\theta_1^2 = 0.157 \frac{z^2 z_0(z_0+1)}{A} \frac{t}{(p\beta c)^2}$ , t измеряется в граммах на квадратный сантиметр, а pc — в мегаэлектронвольтах. Угол  $\theta_1$  — это угол, выше которого, в среднем, идет одно рассеяние. Коэффициент B является решением трансцендентного уравнения  $B - \ln B = \ln \left(\frac{\theta_1^2}{\theta_a^2}\right) - 0.156$ . Приближенно  $B = 0.82 + 2.54 \log_{10} \left(\frac{\theta_1^2}{\theta_a^2}\right)$ ,

где 
$$\frac{\theta_1^2}{\theta_a^2} = 7.8 \cdot 10^3 \cdot \frac{z^2(z_0+1)z_0^{1/3}}{A(1+3.35\alpha_1^2)} \frac{t}{\beta^2}$$
, а  $\alpha_1 = \frac{1}{137} \frac{zz_0}{\beta}$ .

Сравнивая результаты, которые дают теория Мольера и приближенная теория Росси, можно записать формулу Росси с коррекцией [3, 20]:

$$\sqrt{\overline{\theta^2}} = \frac{19}{p\beta c} z \sqrt{\frac{t}{X_0}} \left( 1 + 0.088 \log_{10} \frac{t}{X_0} \right) \,. \tag{1.24}$$

Расчеты по формуле (1.24) отличаются от теории Мольера не больше чем на 11 % в диапазоне толщины материала  $10^{-3} < \frac{t}{X_0} < 10^2$ .

Задачи

Задача 1.6.1. Найти среднеквадратичный угол многократного рассеяния по формуле Росси, по формуле Росси с коррекцией и по теории Мольера:

1) для мюона с кинетической энергией 1 ГэВ после прохождения 20 см свинца;

2) для мюона с кинетической энергией 1 ГэВ после прохождения 0.1 мм свинца;

3) для протона с энергией 4 МэВ после прохождения 1 см воздуха при нормальных условиях.

Для каждого случая рассчитать три отношения:

1) толщины материала к радиационной единице;

2) толщины материала к толщине  $t_1$ ;

3) среднеквадратичного угла по формуле Росси с коррекцией к среднеквадратичному углу по теории Мольера.

## 1.6.3. Функции распределения по углу

При многократном рассеянии мы имеем дело с малыми углами:  $\theta \ll 1$ ,  $\sin \theta \approx \theta$ . В плоскости P (рис. 1.32), перпендикулярной направлению падающих частиц, введем систему прямоугольных координат  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (рис. 1.33). Расстояние d между плоскостью P и веществом примем за единицу длины ( $d \equiv 1$ ) и выберем его достаточно большим ( $d \gg x$ ), так что смещением частицы на выходе вещества

можно пренебречь по сравнению со смещением  $d\sqrt{\theta^2}$  в плоскости P.



*Рис. 1.32.* Рассеяние частицы на угол  $\theta$  при прохождении слоя вещества



Рис. 1.33. Рассеяние в плоскости Р

θ

θ



Очевидно, что

$$\theta^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2;$$
 (1.25)

$$\overline{\theta^2} = \overline{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} = 2\overline{\alpha_1^2}, \qquad (1.26)$$

так как в силу изотропности материала  $\overline{\alpha_1^2} = \overline{\alpha_2^2}$ . Распределения по углам  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  являются нормальными (гауссовыми) распределениями со среднеквадратичными флуктуациями  $\sqrt{\overline{\alpha_1^2}}$  и  $\sqrt{\overline{\alpha_2^2}}$  соответственно:

*Puc. 1.34.* Плотность вероятности как функция телесного угла

$$\frac{dp}{d\alpha_1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \,\overline{\alpha_1^2}}} e^{-\frac{\alpha_1^2}{2\,\overline{\alpha_1^2}}}; \quad \frac{dp}{d\alpha_2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \,\overline{\alpha_2^2}}} e^{-\frac{\alpha_2^2}{2\,\overline{\alpha_2^2}}}.$$

Найдем распределение вероятности по углу  $\theta$ . Плотность вероятности по телесному углу  $d\Omega = d\alpha_1 \, d\alpha_2$  можно найти из соотношения

$$\frac{dp(\theta)}{d\Omega} = \frac{dp}{d\alpha_1} \frac{dp}{d\alpha_2} = \frac{1}{2\pi\overline{\alpha_1^2}} e^{-\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2\overline{\alpha_1^2}}} = \frac{1}{\pi\overline{\theta^2}} e^{-\frac{\theta^2}{\overline{\theta^2}}}.$$
(1.27)

2



Это распределение представлено на рис. 1.34. Наиболее вероятный угол равен нулю.

Иногда удобно представить распределение (1.27) не по телесному углу, а по  $\theta \left(\frac{d\Omega}{d\theta} = \sin \theta \, d\phi\right)$ . Функция (1.27) от угла  $\phi$  не зависит, интегрирование даст  $2\pi$ . Тогда из (1.27) получим

$$\frac{dp}{d\theta} \approx \frac{2\theta}{\overline{\Theta^2}} e^{-\frac{\theta^2}{\overline{\Theta^2}}}.$$
 (1.28)

Рис. 1.35. Плотность вероятности как функция угла θ

Это распределение имеет иной вид (рис. 1.35). Видно, что наиболее вероятный угол не равен нулю.

### Задача

Задача 1.6.2. Объяснить разницу в наиболее вероятных значениях угла распределений (1.27) и (1.28).

## 1.6.4. Поперечное смещение

При прохождении заряженной частицы через слой вещества за счет многократного рассеяния помимо угла  $\theta$  появляется еще и смещение r (рис. 1.36). Рассчитаем среднеквадратичное значение поперечного смещения при известном начальном



импульсе частицы p, скорости  $\beta$ , заряде z и толщине слоя L. В первом приближении это смещение равно произведению среднеквадратичного угла рассеяния на толщину слоя вещества. Но это грубая завышенная оценка, потому что этот угол набирается постепенно.

Рассмотрим слой толщиной dx и рассчитаем поперечное смещение на расстоянии x от этого слоя (рис. 1.37):

*Рис. 1.36.* Рассеяние частицы на угол  $\theta$  при прохождении слоя вещества

$$d\overline{r^2} = d\overline{\theta^2} \, x^2 = \left(\frac{21}{p\beta c}\right)^2 \frac{dx}{X_0} \, z \, x^2 \,, \qquad (1.29)$$

где  $d\theta^2$  — среднеквадратичный угол многократного рассеяния после прохождения слоя толщиной dx. Проинтегрируем выражение (1.29) по всему слою L:

$$\overline{r^2} = \int_0^L \left(\frac{21}{p\beta c}\right)^2 \frac{1}{X_0} z \, x^2 \, dx = \left(\frac{21}{p\beta c}\right)^2 \frac{1}{X_0} z \, \frac{1}{3} \, L^3 = \frac{1}{3} \, \overline{\theta^2} \, L^2 \,, \tag{1.30}$$

откуда

$$\sqrt{\overline{r^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\overline{\theta^2}} L.$$

Иногда интересуются смещением по проекциям x и y:

$$r^2 = x^2 + y^2;$$
  $\overline{r^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2};$   $\overline{x^2} = \overline{y^2}.$ 

Поэтому для проекции

$$\sqrt{\overline{x^2}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{\overline{\theta^2}} L$$

Э. Ферми в свое время нашел функцию распределения по *r*:

$$dp(r) = \frac{6r \, dr}{\overline{\theta^2} \, L^2} \, e^{-\frac{3r^2}{\overline{\theta^2} \, L^2}} \, .$$

Получим из этой формулы значение  $\overline{r^2}$ :

$$\overline{r^2} = \int_0^\infty r^2 \, dp = \int_0^\infty r^2 \, \frac{6r \, dr}{\overline{\theta^2} \, L^2} \, e^{-\frac{3r^2}{\overline{\theta^2} \, L^2}} \, .$$

Перейдем к новой переменной  $z = \frac{3r^2}{\overline{\theta^2}L^2}, \, dz = \frac{6r\,dr}{\overline{\theta^2}L^2},$ тогда

$$\overline{r^2} = \int_0^\infty \frac{\overline{\theta^2} L^2}{3} z \, e^{-z} \, dz = \frac{\overline{\theta^2} L^2}{3} \left[ -z \, e^{-z} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty e^{-z} \, dz \right] = \frac{1}{3} \, \overline{\theta^2} \, L^2 \,,$$

что совпадает с (1.30).



*Рис. 1.37.* К определению поперечного смещения

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Бете Х. А. Прохождение тяжелых частиц через вещество / Х. А. Бете, Ю. Ашкин // Экспериментальная ядерная физика : пер. с англ. / под ред. Э. Сегре. М. : Иностран. лит., 1955. Т. 1. С. 141–215.
- 2. Росси Б. Теория электромагнитных взаимодействий / Б. Росси // Частицы больших энергий : пер. с англ. / под ред. С.З. Беленького. М. : ГИТТЛ, 1955. С. 23–113.
- 3. Review of particle physics / C. Amsler [et al.] // Phys. Lett. 2008. Vol. B667. 1340 p.
- 4. Групен К. Взаимодействие заряженных частиц с веществом / К. Групен // Детекторы элементарных частиц : пер. с англ. Новосибирск : Сиб. хронограф, 1999. С. 1–25.
- Crispin A. Density effect in the ionization energy loss of fast charged particles in matter / A. Crispin, G. N. Fowler // Rev. Mod. Phys. - 1970. - Vol. 42. - P. 290-316.
- Sternheimer R. M. The density effect for ionization loss in materials / R. M. Sternheimer // Phys. Rev. - 1952. - Vol. 88. - P. 851-859.
- Sternheimer R. M. General expression for the density effect for the ionization loss of charged particles / R. M. Sternheimer, R. F. Peierls // Phys. Rev. - 1971. - Vol. B3. - P. 3681-3692.
- 8. Sternheimer R. M. Density effect for the ionization loss of charged particles in various substances / R. M. Sternheimer, M. J. Berger, S. M. Seltzer // At. Data Nucl. Data Tabl. 1984. Vol. 30. P. 261.
- Казанский Ю. А. Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом / Ю. А. Казанский // Основы экспериментальных методов ядерной физики / А.И. Абрамов, Ю. А. Казанский, Е. С. Матусевич. М. : Атомиздат, 1977. С. 30–40.
- Landau L. On the energy loss of fast particles by ionization / L. Landau // J. Phys. (USSR). - 1944. - Vol. 8. - P. 201–205.
- 11. Onuchin A. P. Fluctuations of ionization losses in proportional chambers / A. P. Onuchin, V. I. Telnov // Nucl. Instrum. Meth. 1974. Vol. 120. P. 365-368.
- 12. Lassila—Perini K. Energy loss in thin layers in GEANT / K. Lassila—Perini, L. Urban // Nucl. Instrum. Meth. 1995. Vol. A362. P. 416–422.
- 13. GEANT4: A simulation toolkit / S. Agostinelli [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. -2003. Vol. A506. P. 250–303.
- Goudsmit S. Multiple Scattering of Electrons / S. Goudsmit, J. L. Saunderson // Phys. Rev. - 1940. - Vol. 57. - P. 24–29.
- Goudsmit S. Multiple Scattering of Electrons. II / S. Goudsmit, J. L. Saunderson // Phys. Rev. - 1940. - Vol. 58. - P. 36-42.
- 16. Molière G. Theorie der streuung schneller geladener teilchen II. Mehrfach- und vielfachstreuung / Molière G. // Z. Naturforsch. -1948.-Vol. 3a. -P.78–96.
- Snyder H. S. Multiple Scattering of Fast Charged Particles / H. S. Snyder, W. T. Scott // Phys. Rev. - 1949. - Vol. 76. - P. 220-225.
- Scott W. T. Mean-Value Calculations for Projected Multiple Scattering / W. T. Scott // Phys. Rev. - 1952. - Vol. 85. - P. 245-248.
- 19. Lewis H. W. Multiple Scattering in an Infinite Medium / H. W. Lewis // Phys. Rev. 1950. Vol. 78. P. 526–529.
- 20. Lynch Gerald R. Approximations to multiple Coulomb scattering / R. Lynch Gerald, I. Dahl Orin // Nucl. Instrum. Meth. 1991. Vol. B58. P. 6-10.

## Глава 2

# прохождение электронов через вещество

## § 2.1. ОСОБЕННОСТИ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ, МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ, ПРОБЕГА

Почему электрон надо рассматривать отдельно? Это связано с тем, что, вопервых, это самая легкая заряженная частица. Его масса по сравнению с ближайшей по массе частицей (мюоном) в 200 раз меньше. Во-вторых, при движении заряженной частицы через вещество многие процессы связаны со взаимодействием с электронами атомов. В этом случае равенство масс налетающей и покоящейся частиц приводит к существенно большей переданной энергии, чем в случае тяжелой налетающей частицы. Дадим краткий анализ основных процессов для электронов.

1. Ионизационные потери. Формально формула Бете—Блоха (1.8) для электронов не годится, поскольку она выводилась для частиц с массой, много большей массы электрона. Тем не менее при ее использовании ошибка составляет не больше 10%. Для более точных расчетов следует использовать специальные формулы, которые различаются для электронов и позитронов [1–4].

2. Флуктуации ионизационных потерь. Основное отличие от тяжелых частиц связано с тем, что в случае релятивистских электронов максимальная энергия  $\delta$ -электронов  $T_{\rm max}$  почти равна энергии налетающего электрона. Поэтому, как правило, число  $\delta$ -электронов с энергией порядка  $T_{\rm max}$ 

$$N(T \approx T_{\rm max}) = \frac{\xi}{T_{\rm max}} \ll 1 \,,$$

и всегда «работает» распределение Ландау.

**3.** Многократное рассеяние. Все формулы для многократного рассеяния, приведенные в разделе 1.6, полностью годятся для электронов.

**4. Пробег. Разброс пробегов.** Пробег электронов можно оценить, используя данные для тяжелых частиц и зависимость пробега от начальной скорости β, массы *M* и заряда *z*<sub>0</sub> ядер вещества:

$$R = \frac{M}{z^2} \Phi(\mathbf{v}, z_0) \,.$$

При этом под пробегом надо понимать истинный пробег, т.е. длину пути вдоль траектории частицы.

Наиболее существенное различие между электронами и тяжелыми частицами проявляется в разбросе пробегов. У электронов разброс пробегов при одинаковой начальной скорости намного больше, чем у тяжелых частиц. Это связано с тем, что у электронов больше многократное рассеяние и больше флуктуации ионизационных потерь. В результате, при измерениях энергии электронов по проекционному пробегу приходится пользоваться экстраполированным пробегом, рассмотренным в разделе 1.5.

## § 2.2. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ТЕОРИЯ БЕТЕ—ГАЙТЛЕРА

### 2.2.1. Процесс

Пусть около ядра пролетает электрон. Под действием электрического поля ядра траектория электрона искривляется (рис. 2.1), электрон движется с ускорением  $a = \frac{F}{m}$ . Заряженная частица, движущаяся с  $e \qquad \gamma$ 

 $a = \frac{1}{m}$ . Заряженная частица, движущаяся с ускорением, излучает. Мощность излучения

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} a^2 \sim a^2 \,.$$

 $z_0$   $\gamma$ 

Из этого выражения видно, что более тяжелая частица с массой M излучает в  $\left(\frac{M^2}{m^2}\right)$  раз меньше, чем электрон. Например, отношение мощностей излучения электрона и протона составляет

$$\frac{P_e}{P_p} \approx 3 \cdot 10^6$$

Заметим, что для энергий, достигнутых на современных ускорителях, тормозным излучением протона можно пренебречь. Иногда начинает сказываться тормозное излучение мюона. Для электрона же в области достаточно больших энергий потери энергии на тормозное излучение становятся определяющими и ионизационными потерями можно вообще пренебречь.

Итак, тормозное излучение описывается следующим процессом:

$$e + z_0 \rightarrow e + z_0 + \gamma$$
.

Далее будут излагаться результаты теории Бете— Гайтлера [1, 5, 6], разработанной в рамках квантовой электродинамики.

#### 2.2.2. Спектр излучения

Рассмотрим слой вещества с атомным номером  $z_0$  толщиной t, на который падает электрон с энергией



t

e

E - dE

 $z_0$ 

e

E

E (рис. 2.2). Вероятность излучить  $\gamma$ -квант с энергией  $E_{\gamma}$  дается выражением

$$dW(E, E_{\gamma}, z_0) = \frac{t}{X_0} \frac{dE_{\gamma}}{E_{\gamma}} f(E, E_{\gamma}, z_0),$$

где  $X_0$  — радиационная единица;  $f(E, E_{\gamma}, z_0)$  — некоторая функция, представленная на рис. 2.3. Для грубых оценок можно положить, что эта функция постоянна и равна единице (штриховая линия на рис. 2.3). Функция f зависит от вещества,



энергий электрона и  $\gamma$ -кванта. Точные графики для воздуха и свинца можно найти в литературе [1]. Хотя по  $z_0$  свинец и воздух сильно различаются, различие  $f(E, E_{\gamma}, z_0)$  не очень велико. Поэтому для тяжелых веществ можно использовать данные для свинца, а для легких — данные для воздуха. При расчетах лучше использовать специализированные компьютерные программы.

Итак, спектр излучения имеет вид

$$dW \sim \frac{dE_{\gamma}}{E_{\gamma}} \,,$$

*Рис. 2.3.* Функция  $f(E, E_{\gamma}, z_0)$  для различных энергий электрона в эВ

который представлен на рис. 2.4. Основная особенность здесь в том, что мягких γквантов много, а γ-квантов с энергией, близкой к энергии электрона, мало.

Найдем число  $\gamma$ -квантов  $N_{\gamma}$  с энергией в диапазоне от  $E_{\gamma_1}$  до  $E_{\gamma_2}$ , излученных электроном с энергией E, который проходит расстояние t в веществе с радиационной единицей  $X_0$ . Запишем энергию, излученную в диапазоне  $E_{\gamma_1} \dots E_{\gamma_2}$ , следующим образом:

$$\begin{split} (E_{\gamma})_{\text{\tiny H3Л}} &= \int\limits_{E_{\gamma_1}}^{E_{\gamma_2}} E_{\gamma} \, dW(E, E_{\gamma}, z_0) = \\ &= \frac{t}{X_0} \int\limits_{E_{\gamma_1}}^{E_{\gamma_2}} f(E, E_{\gamma}, z_0) \, dE_{\gamma} \, . \end{split}$$



Если в заданном интервале энергий функция  $f(E, E_{\gamma}, z_0)$  слабо меняется (рис. 2.5), то

$$(E_{\gamma})_{\text{изл}} \approx \frac{t}{X_0} f(\overline{E}_{\gamma}, E, z_0) (E_{\gamma_2} - E_{\gamma_1}) \,,$$

где  $\overline{E}_{\gamma} \approx \frac{E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2}}{2}$ . Таким образом,

$$N_{\gamma}(E_{\gamma_1}\ldots E_{\gamma_2}) \approx \frac{(E_{\gamma})_{{}_{\mathrm{H}3\Pi}}}{\overline{E}_{\gamma}}.$$



# 2.2.3. Потери энергии на излучение. Критическая энергия Радиационная единица

Рассчитаем потери энергии электрона с энергией E на тормозное излучение при прохождении им слоя вещества толщи- f 1.4 ной dt:

$$-dE_{\text{H3JI}} = \frac{dt}{X_0} \int_{0}^{E-mc^2} E_{\gamma} \frac{dE_{\gamma}}{E_{\gamma}} f(E, E_{\gamma}, z_0) ,$$

откуда

Этот интеграл был подсчитан Х.А. Бете и В.Г. Гайтлером. Для двух случаев приведем его значения [6].

1. При  $mc^2 \ll E < 137mc^2 z_0^{-1/3}$ 



Puc. 2.5. К определению числа тормозных  $\gamma$ -квантов с энергией в диапазоне от  $E_{\gamma_1}$  до  $E_{\gamma_2}$ 

$$-\frac{dE_{\text{M3J}}}{dt} = \frac{E}{X_0} \frac{\ln\left(\frac{2E}{mc^2}\right) - \frac{1}{3}}{\ln\left(183z_0^{-\frac{1}{3}}\right)}$$

2. При  $E \gg 137mc^2 z_0^{-1/3}$ 

$$-\frac{dE_{{}_{\mathbf{H}\mathbf{3}\mathbf{J}\mathbf{1}}}}{dt} = \frac{E - mc^2}{X_0} \frac{\ln\left(183z_0^{-\frac{1}{3}}\right) + \frac{1}{18}}{\ln\left(183z_0\right)^{-\frac{1}{3}}} \approx \frac{E}{X_0}.$$
 (2.1)

Поскольку  $dE_{\mu_{3,\Pi}} = dE$ , из уравнения (2.1) следует:

$$-\int_{E_0}^{E} \frac{dE'}{E'} = \int_{0}^{t} \frac{dt}{X_0} \,,$$

где  $E_0$  — начальная энергия электрона, <br/>аE— энергия электрона после прохождения слоя вещества толщино<br/>йt. Тогда

$$-\ln\frac{E}{E_0} = \frac{t}{X_0}\,,$$



*Рис. 2.6.* Сравнение ионизационных потерь электрона с потерями на тормозное излучение

рой потери энергии на тормозное излучение становятся равными ионизационным потерям, называется *критической энергией*. Для нее существует простая оценка [2, 6]:

$$\varepsilon_{\rm \kappa p} = \frac{800}{z_0} \, \left[ {\rm M} \Im {\rm B} \right] \, . \label{eq:kp}$$

В свинце  $\varepsilon_{\rm kp} \approx 10 \,\rm M$ эB, а в углероде  $\varepsilon_{\rm kp} \approx 130 \,\rm M$ эB. То есть если электрон движется в свинце, то при энергии больше 10 МэB потери его энергии определяются в основном тормозным излучением.

### 2.2.4. Угловое распределение ү-квантов

Среднеквадратичный угол вылета *ү*-квантов тормозного излучения (рис. 2.7)

$$\sqrt{\Theta_{\gamma}^2} = \frac{mc^2}{E} \ln \frac{E}{mc^2} q(E, E_{\gamma}, z_0) ,$$

где  $q(E, E_{\gamma}, z_0) = 0.5...0.8$ , для оценок можно считать  $q \approx 1$ . Здесь наиболее интересно то, что  $\sqrt{\Theta_{\gamma}^2} \propto \frac{1}{\gamma}$ . То есть, чем больше энергия электрона, тем все в более узкий конус излучаются  $\gamma$ -кванты. Такая зависимость сосредоточения продуктов реакции в конусе, направленном вперед, будет встречаться еще не раз.



*Рис. 2.7.* К угловому распределению тормозных у-квантов

### 2.2.5. Флуктуации потерь энергии на излучение

Х. А. Бете и В. Г. Гайтлер решили эту задачу в такой постановке. Имеется пластинка вещества толщиной t, на которую падает пучок электронов с энергией  $E_0$ . На большой толщине электрон излучает несколько раз. В результате этого

откуда получим совершенно замечательную формулу:

$$E = E_0 e^{-\frac{t}{X_0}} \,.$$

Здесь можно дать второе определение *paduaционной единицы* — это такая толщина вещества, на которой энергия электрона за счет тормозного излучения уменьшается в *e* раз.

Сравним потери на тормозное излучение с ионизационными потерями. Характерное поведение этих величин в зависимости от энергии электрона представлено на рис. 2.6. Энергия электрона, при кото-



возникает разброс энергий электронов E на выходе. Вероятность того, что энергия электрона на выходе будет E, описывается следующей формулой [1]:

$$dW(E, E_0, t, z_0) = \frac{dE}{E_0} \frac{\left(\ln \frac{E_0}{E}\right)^{\frac{t}{\ln 2} - 1}}{\Gamma\left(\frac{t'}{\ln 2}\right)}, \qquad (2.2)$$

*Рис. 2.8.* Флуктуации потерь энергии на тормозное излучение  $(t/X_0 \ll 1)$ 

ерь че- где  $t' = \frac{t}{X_0}$ , а  $\Gamma(x)$  — гамма-функция. Характерный вид функции (2.2) для  $t' \ll 1$  показан на рис. 2.8.

### Задачи

Задача 2.2.1. Объяснить природу несимметричной формы энергетического спектра (2.2) электронов на выходе из вещества (рис. 2.8), если энергия электронов на входе много больше критической.

Задача 2.2.2. Электрон с энергией E = 100 МэВ проходит t = 1 мм свинца. Найти число тормозных  $\gamma$ -квантов с энергией в интервале  $80 \dots 90$  МэВ. Задача 2.2.3. Электрон с энергией E = 1 ГэВ проходит t = 1 мм свинца. Найти число

Задача 2.2.3. Электрон с энергией  $E = 1 \Gamma$ эВ проходит t = 1 мм свинца. Найти число тормозных  $\gamma$ -квантов с энергией в интервале 10...20 МэВ.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Росси Б. Теория электромагнитных взаимодействий / Б. Росси // Частицы больших энергий : пер. с англ. / под ред. С.З. Беленького. М. : ГИТТЛ, 1955. С. 23–113.
- Казанский Ю. А. Взаимодействие электронов с веществом / Ю. А. Казанский // Основы экспериментальных методов ядерной физики / А. И. Абрамов, Ю. А. Казанский, Е. С. Матусевич. — М. : Атомиздат, 1977. — С. 40–44.
- 3. Seltzer S. M. Evaluation of the collision stopping power of elements and compounds for electrons and positrons / S. M. Seltzer, M. J. Berger // Int. J. Appl. Radiat. Isot. −1982. − Vol. 33, № 11. − P. 1189–1218.
- 4. Seltzer S. M. Improved procedure for calculating the collision stopping power of elements and compounds for electrons and positrons / S. M. Seltzer, M. J. Berger // Int. J. Appl. Radiat. Isot. 1984. Vol. 35, № 7. P. 665–676.
- Bethe H. On the Stopping of fast particles and on the creation of positive electrons / H. Bethe, W. Heitler // Proc. Roy. Soc. Lond. -1934. - Vol. A146. - P. 83-112.
- 6. Бете Х. А. Прохождение β-частиц через вещество / Х. А. Бете, Ю. Ашкин // Экспериментальная ядерная физика : пер. с англ. / под ред. Э. Сегре. М. : Иностран. лит., 1955. Т. 1. С. 215–257.

## Глава З

## ПРОХОЖДЕНИЕ ү-КВАНТОВ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

## § 3.1. ОСОБЕННОСТИ ПРОХОЖДЕНИЯ НЕЙТРАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

Пусть на слой вещества толщиной dt падает  $N \gamma$ -квантов. Часть из них провзаимодействует с электронами вещества, и на выходе останется  $(N - dN) \gamma$ -квантов (рис. 3.1). Можно записать



 $-dN = N \, dt \, n\sigma,$ 

где n — число электронов в 1 см<sup>3</sup> вещества, а  $\sigma$  — сечение процесса взаимодействия  $\gamma$ -кванта с электроном. Откуда

$$-\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_{0}^{t} n\sigma dt;$$
$$-\left(\ln\frac{N}{N_0}\right) = n\sigma t;$$
$$N = N_0 e^{-n\sigma t} = N_0 e^{-\mu t},$$
(3.1)

*Рис. 3.1.* Прохождение ү-квантов через слой вещества

где  $\mu$  — коэффициент поглощения, который выражается в сантиметрах в минус первой степени, если t выражено в сантиметрах, либо в других единицах, обратных единицам измерения t.

Отметим, что в отличие от заряженных частиц зависимость числа  $\gamma$ -квантов от толщины экспоненциальная. Это связано с тем, что при прохождении через вещество  $\gamma$ -квант не теряет энергии до того момента, пока не провзаимодействует. А при взаимодействии он либо поглощается, либо рассеивается на сравнительно большой угол и выбывает из пучка. То же самое относится и к нейтрону, и к нейтрино. Это и есть особенность прохождения нейтральных частиц через вещество.

Взаимодействие ү-квантов с веществом определяется тремя процессами:

- 1) фотоэффектом;
- 2) Комптон-эффектом;
- 3) рождением пар.

Поэтому полное сечение взаимодействия можно записать следующим образом:

$$\sigma = \sigma_{\rm poto} + \sigma_{\rm kommt} + \sigma_{\rm map} \, . \label{eq:source}$$

Далее мы рассмотрим каждый из этих процессов в отдельности.

#### § 3.2. ФОТОЭФФЕКТ

### 3.2.1. Процесс

Фотоэффект — это выбивание ү-квантом электрона из атома:

$$\gamma + e^* \to e \,,$$

где  $e^*$  — связанный электрон. Кинетическая энергия фотоэлектрона

$$T_e = E_{\gamma} - \varepsilon_{\text{связи}} \,,$$

где  $E_{\gamma}$  — энергия  $\gamma$ -кванта;  $\varepsilon_{связи}$  — энергия связи электрона в атоме. Существенно, что  $\gamma$ -квант взаимодействует со связанным электроном. Причем вероятность взаимодействия тем больше, чем сильнее электрон связан. Здесь можно сформулировать задачу.

## Задача

Задача 3.2.1. Показать, что на свободном электроне процесс фотоэффекта запрещен законом сохранения энергии-импульса.

## 3.2.2. Сечение. Зависимость от энергии

Фотоэффект преимущественно происходит с электронами, находящимися в атоме на К-оболочке, которые из-за близости ядра имеют наибольшую энергию связи в атоме. Сечение фотоэффекта на весь атом [1, 2]

$$\sigma_{\rm atom} \approx \frac{5}{4} \, \sigma_{\rm K} \, , \label{eq:stomatom}$$

где  $\sigma_{\rm K}$  — сечение фотоэффекта на К-оболочке. То есть все остальные оболочки вносят примерно 1/5 в полное сечение.

Запишем сечение фотоэффекта на К-оболочке для двух областей энергии [1]:



*Рис. 3.2.* Сечение фотоэффекта в зависимости от энергии у-кванта

$$\varepsilon_{\rm K} \ll E_{\gamma} \ll mc^2 : \qquad \sigma_{\rm K} = 10^{-33} \frac{z_0^5}{E_{\gamma\,[{\rm M} \Rightarrow {\rm B}]}^{3.5}} \,[{\rm cm}^2] \,;$$
(3.2)

$$E_{\gamma} \gg mc^2$$
:  $\sigma_{\rm K} = 1.4 \cdot 10^{-33} \frac{z_0^5}{E_{\gamma \, [{\rm M} \Rightarrow {\rm B}]}} \, [{\rm cm}^2] \,.$  (3.3)

При приближении энергии  $\gamma$ -кванта к энергии связи электрона на К-оболочке сечение растет как  $E_{\gamma}^{-3.5}$ , при больших энергиях сечение пропорционально  $E_{\gamma}^{-1}$ . На рис. 3.2 приведена зависимость сечения фотоэффекта от энергии  $\gamma$ -кванта. Еще одна особенность фотоэффекта — сильная зависимость сечения от  $z_0$ . Это определяется тем, что энергия связи на К-оболочке  $\sim z_0^2$ . Поэтому фотоэффект играет существенную роль для тяжелых веществ, в частности, для свинца.

### 3.2.3. Угловое распределение электронов

Это тоже очень интересная особенность фотоэффекта. Нарисуем картину углового распределения по углам  $\Theta$  и  $\phi$  [3, 4]. Сначала рассмотрим ситуацию, когда  $\gamma$ -квант поляризован, а  $E_{\gamma} \ll mc^2$ . Для этого случая угловое распределение представлено на рис. 3.3. В основном электроны вылетают под углом 90° к направлению движения  $\gamma$ -кванта. Это связано с тем, что на электрон действует вектор электрического поля  $\gamma$ -кванта — вдоль его направления электрон и вылетает.



Рис. 3.3. Угловое распределение фотоэлектронов в нерелятивистском случае при поляризованных *γ*-квантах

*Рис. 3.4.* Угловое распределение фотоэлектронов в нерелятивистском случае при неполяризованных *γ*-квантах

В случае неполяризованных  $\gamma$ -квантов вектор электрического поля может иметь любое направление. Поэтому по углу  $\Theta$  картина не изменится, а по углу  $\phi$  все направления равновероятны (рис. 3.4).

Чтобы представить угловое распределение фотоэлектронов в релятивистском случае, т. е. при  $E_{\gamma} \gg mc^2$ , можно перейти в систему центра инерции связанного электрона и  $\gamma$ -кванта, где картина будет такая же, как только что рассмотренная (см. рис. 3.3 и 3.4), а затем применить преобразования Лоренца. В результате для поляризованного  $\gamma$ -кванта картина будет иметь вид, представленный на рис. 3.5, а для неполяризованного — на рис. 3.6.



Рис. 3.5. Угловое распределение фотоэлектронов в релятивистском случае при поляризованных *γ*-квантах

Рис. 3.6. Угловое распределение фотоэлектронов в релятивистском случае при неполяризованных *γ*-квантах

φ

### § 3.3. ЭΦΦΕΚΤ ΚΟΜΠΤΟΗΑ

### 3.3.1. Процесс. Полное сечение

В 1923 году А. Комптон, изучая рассеяние рентгеновских лучей, обнаружил увеличение длины волны рассеянного излучения. В рамках классической электродинамики это явление объяснить невозможно. А. Комптон пришел к выводу, что увеличение длины волны связано с потерей импульса квантами электромагнитного излучения в результате соударений с электронами. Данное явление получило назва-

ние в честь первооткрывателя — эффект Комптона. Открытие эффекта Комптона стало ярким доказательством квантовой природы электромагнитного излучения. Итак, эффект Комптона — рассеяние у-кванта на свободном электроне:

$$\gamma + e \rightarrow \gamma' + e'$$
.



На рис. 3.7 реакция изображена в виде диаграммы Фей- Рис. 3.7. Эффект Комптона (диаграмма Феймамана. Расчет данного процесса в рамках квантовой электродинамики был выполнен в трех независимых работах.

Поэтому полученная теория называется теорией Клейна—Нишины—Тамма. Запишем полное сечение данного процесса на покоящемся электроне [1, 2]:

• при  $E_\gamma \ll mc^2$ :  $\sigma = rac{8}{3} \pi r_0^2$ , где  $r_0-$ классический радиус электрона; (3.4)

• при 
$$E_{\gamma} \gg mc^2$$
:  $\sigma = \pi r_0^2 \frac{mc^2}{E_{\gamma}} \left[ \ln \left( \frac{2E_{\gamma}}{mc^2} \right) + \frac{1}{2} \right].$  (3.5)

При малых энергиях ү-кванта сечение комптоновского рассеяния не зависит от  $E_{\gamma}$  и описывается томсоновским сечением рассеяния (3.4). С увеличением  $E_{\gamma}$ сечение уменьшается.

## 3.3.2. Энергетическое и угловое распределение рассеянных у-квантов

Рассмотрим Комптон-эффект на покоящемся электроне. Нас будет интересовать зависимость энергии рассеянного  $\gamma$ -кванта от угла рассеяния  $\Theta$  (рис. 3.8).

Введем четырехмерный вектор энергии-импульса:

$$P = \{E, p_x c, p_y c, p_z c\}, \qquad (3.6)$$

на)



где E — полная энергия, а  $p_x, p_y, p_z$  — компоненты трехмерного импульса. Скалярное произведение двух 4-импульсов вычисляется следующим образом:

$$P_1 \cdot P_2 = E_1 E_2 - c \mathbf{p}_1 \, c \mathbf{p}_2 \,,$$

Рис. 3.8. К выводу формулы Комптона

где  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$  — трехмерные импульсы первой и второй частиц. Тогда для электрона

$$P^{2} = P \cdot P = E \cdot E - c^{2} |\mathbf{p}| |\mathbf{p}| \cos \Theta = E^{2} - p^{2}c^{2} = (mc^{2})^{2}$$

Запишем закон сохранения 4-импульса:

$$P_{\gamma} + P_e = P_{\gamma'} + P_{e'} \,, \tag{3.7}$$

где индексы  $\gamma$  и *e* обозначают  $\gamma$ -квант и электрон до взаимодействия, а  $\gamma'$  и e' — рассеянные  $\gamma$ -квант и электрон. В этом уравнении на самом деле содержится четыре уравнения — закон сохранения энергии и закон сохранения трехмерного импульса. Преобразуем уравнение (3.7):

$$(P_{\gamma} + P_e - P_{\gamma'})^2 = P_{e'}^2;$$
  
$$P_{\gamma}^2 + P_e^2 + P_{\gamma'}^2 + 2P_{\gamma}P_e - 2P_{\gamma}P_{\gamma'} - 2P_eP_{\gamma'} = P_{e'}^2,$$

откуда, учитывая, что  $P_{\gamma}^2=P_{\gamma'}^2=0$  <br/>и $P_e^2=P_{e'}^2=mc^2,$  получим

$$P_{\gamma}P_e - P_{\gamma}P_{\gamma'} - P_eP_{\gamma'} = 0 \,.$$

Раскрыв скалярные произведения 4-импульсов, получим:

$$E_{\gamma} m c^2 - E_{\gamma} E_{\gamma}' + E_{\gamma} E_{\gamma}' \cos \Theta - m c^2 E_{\gamma}' = 0,$$

откуда

$$E'_{\gamma} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{mc^2} \left(1 - \cos\Theta\right)}.$$

Это и есть формула Комптона.

В случае малой энергии  $\gamma$ -кванта  $E_{\gamma} \ll mc^2$  имеем  $E'_{\gamma} \approx E_{\gamma}$ , т.е. длина волны излучения не изменяется при рассеянии, что соответствует классическому случаю.



Найдем минимальное значение энергии рассеянного  $\gamma$ -кванта. Минимум  $E'_{\gamma}$  соответствует углу рассеяния  $\Theta = 180^{\circ}$ :

$$(E_{\gamma}')_{\min} = \frac{E_{\gamma}}{1 + 2\frac{E_{\gamma}}{mc^2}}$$

На рис. 3.9 показана зависимость  $E'_{\gamma}/E_{\gamma}$  от угла рассеяния  $\Theta$ . Интересно отметить, что фотоны, рассеянные на угол, близкий к 180°, имеют практически одинаковую энергию. Иногда это обстоя-

тельство используется при получении монохроматичных γ-квантов для калибровки регистрирующих приборов.



висимости от угла рассеяния

Еще одна особенность заключается в том, что при  $\Theta\approx 180^\circ$  и  $E_\gamma\gg mc^2$  энергия рассеянных  $\gamma$ -квантов

$$(E'_{\gamma})_{\min} \approx \frac{m c^2}{2} = 250$$
 кэВ

и не зависит от  $E_{\gamma}$ . То есть можно получить монохроматичные  $\gamma$ -кванты, причем даже не важно точно знать энергию исходных  $\gamma$ -квантов.

На рис. 3.10 представлена зависимость дифференциального сечения комптоновского рассеяния от угла рассеяния. Форма распределения зависит от энергии  $\gamma$ -кванта. В области томсоновского сечения это распределение имеет вид  $(1 + \cos^2 \Theta)$ . При более вы-



*Рис. 3.10.* Угловое распределение рассеянных у-квантов [5]

соких энергиях рассеянные  $\gamma$ -кванты сосредоточены в более узком конусе, хотя, конечно, есть рассеяние и на большие углы.

## 3.3.3. Энергетическое и угловое распределение электронов

Начальная энергия γ-кванта равняется сумме энергии рассеянного γ-кванта и кинетической энергии рассеянного электрона. Это означает, что энергетическое распределение электронов простирается от нуля до максимальной энергии:



Рис. 3.11. Спектр энерговыделения в калориметре при регистрации уквантов

$$(T'_e)_{\max} = E_{\gamma} - (E'_{\gamma})_{\min}$$

При регистрации γ-квантов средних энергий, когда сечения фотоэффекта и Комптон-эффекта не очень сильно различаются, параллельно идут оба процесса. Иногда происходит фотоэффект, вся энергия начального γ-кванта (за исключением маленькой энергии связи) передается электрону и выделяется в чувствительном объеме детектора. А иногда происходит комптоновское рассеяние и регистрируется лишь часть энергии γ-кванта, переданная электрону. Так, при регистрации γ-квантов с энергией 1...2 МэВ с

помощью сцинтилляционного счетчика на основе NaI(Tl), можно отчетливо наблюдать фотопик и спектр комптоновских электронов (рис. 3.11). Так как сечение фотоэффекта пропорционально  $z_0^5$ , в случае сцинтиллятора с малым  $z_0$  фотопик не наблюдается, а при больших  $z_0$ , наоборот, преобладает фотоэффект. На рис. 3.12 представлено угловое распределение рассеянных электронов. Это распределение зависит от начальной энергии  $\gamma$ -кванта. При малых энергиях распределение более широкое, а с ростом энергии распределение становится таким, что наиболее вероятными становятся малые углы. Естественно, электрон не может рассеяться на угол больше 90°.



### Замечания

 
 1. Чтобы удовлетворялось условие
 Puc. 3 (длина)

 рассеяния γ-кванта на свободном элек Самана

*Рис. 3.12.* Угловое распределение электронов (длина вектора пропорциональна сечению) [6]

троне, энергия рассеянного электрона должна быть заметно больше энергии связи.

2. Выражения (3.4) и (3.5) дают сечение комптоновского рассеяния *на один* электрон. Сечение на атом

$$\sigma_{\text{атом}} = z_0 \, \sigma$$
 .

## § 3.4. РОЖДЕНИЕ ПАР

#### 3.4.1. Процесс

Это процесс рождения у-квантом в поле ядра электрон-позитронной пары:

$$\gamma + z_0 \longrightarrow e^+ + e^- + z_0 \,.$$

#### Задача

Задача 3.4.1. Показать с помощью закона сохранения энергии-импульса, что свободный у-квант не может образовать электрон-позитронную пару.

### 3.4.2. Порог реакции

Вычислим, какой минимальной энергией должен обладать  $\gamma$ -квант, чтобы родить электронпозитронную пару. Решим более общую задачу. Пусть имеется частица с массой  $m_1$  и полной энергией  $E_1$ , которая налетает на покоящуюся частицу массой  $m_2$ . В результате реакции образуется какоето число частиц с массами  $\mu_i$  (рис. 3.13). Суммарная масса образованных частиц  $M = \sum \mu_i$ . Найдем порог реакции, или, другими словами, минимальную энергию налетающей частицы  $(E_1)_{\min}$ .



*Puc. 3.13.* К выводу пороговой энергии реакции

Воспользуемся инвариантностью квадрата суммарного 4-импульса системы частиц

$$\left(\sum E_i\right)^2 - \left(\sum \mathbf{p}_i c\right)^2 = inv.$$
(3.8)

Эта величина сохраняет свое значение до и после взаимодействия во всех системах координат. Для одной частицы инвариант примет вид  $E^2 - (pc)^2 = (mc^2)^2$ . Рассмотрим систему центра инерции, в которой по определению  $\sum \mathbf{p}_i c = 0$ . В СЦИ энергия  $E_1$  минимальна в том случае, если все родившиеся частицы будут покоиться, т.е.  $\mathbf{p}_i = 0$ . Это означает, что инвариант (3.8) содержит только один член:

$$\left(Mc^2\right)^2. \tag{3.9}$$

Приравняем (3.9) и инвариант для исходных частиц в лабораторной системе отсчета:

$$\left( (E_1)_{\min} + m_2 c^2 \right)^2 - \left( (E_1)_{\min}^2 - (m_1 c^2)^2 \right) = \left( M c^2 \right)^2 ,$$
  
$$2 (E_1)_{\min} m_2 c^2 + (m_2 c^2)^2 + (m_1 c^2)^2 = \left( M c^2 \right)^2 ,$$

откуда

$$(E_1)_{\min} = \frac{M^2 - m_1^2 - m_2^2}{2m_2} c^2$$

Для кинетической энергии выражение примет вид

$$(T_1)_{\min} = (E_1)_{\min} - m_1 c^2 = \frac{M^2 - (m_1 + m_2)^2}{2 m_2} c^2.$$
 (3.10)

Мы специально сделали вывод в общем виде, поскольку нам придется решать задачи, в которых нужно будет найти порог реакции, например, рождения пары  $\pi$ -мезонов. Применим полученную формулу (3.10) для нашего случая рождения  $e^+e^-$  пары  $\gamma$ -квантом на ядре. Налетающий  $\gamma$ -квант имеет массу  $m_1 = 0$  и энергию  $E_{\gamma}$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = m$  — массе электрона,  $m_2 = M_{\pi}$ . Тогда  $M = M_{\pi} + 2m$  и из (3.10) получаем

$$E_{\gamma} = \frac{(M_{\pi} + 2m)^2 - M_{\pi}^2}{2M_{\pi}} c^2 = 2mc^2 \left(1 + \frac{m}{M_{\pi}}\right) \,.$$

Видно, что порог рождения  $e^+e^-$ -пары несколько выше, чем просто суммарная энергия покоя двух электронов. В случае атома водорода поправка  $\frac{m}{M_{\pi}} \approx \frac{1}{2000}$ . Важно то, что присутствие ядра (или другой частицы) необходимо для выполнения закона сохранения энергии-импульса. При этом ядро получает некоторый импульс, хотя с практической точки зрения переданной ядру энергией можно пренебречь.

### 3.4.3. Коэффициент поглощения

В данном случае вместо сечения удобнее записать коэффициент поглощения уквантов за счет процесса рождения пар (уравнение (3.1)). Начиная от порога реакции, коэффициент поглощения логарифмически увеличивается с ростом  $E_{\gamma}$  и при больших энергиях  $\gamma$ -кванта асимптотически выходит на постоянный уровень [2, 7]. При  $m_e c^2 \ll E_{\gamma} \ll 137 m_e c^2 z_0^{-1/3}$ 



*Puc. 3.14.* Коэффициент поглощения *ү*-квантов за счет рождения пар и комптоновского

$$\mu_{\text{map}} = \frac{7}{9} \frac{1}{X_0} \frac{\ln\left(\frac{2E_{\gamma}}{m_e c^2}\right) - 2.6}{\ln\left(183z_0^{-1/3}\right)} . \quad (3.11)$$

При 
$$E_{\gamma} \gg 137 m_e c^2 z_0^{-1/3}$$
  
 $\mu_{\text{пар}} = \frac{7}{9} \frac{1}{X_0}.$  (3.12)

Стоит обратить внимание на то, что снова удобно толщину материала выражать в радиационных единицах  $X_0$ . Зависимость коэффициента поглощения от энергии ү-кванта приведена на рис. 3.14.

#### 3.4.4. Распределение энергии между электроном и позитроном

На рис. 3.15 приведено распределение позитронов по энергии в относительных единицах  $\frac{E_{e^+}}{-}$ . Для электронов распределение аналогичное, поскольку

$$\frac{E_{e^-}}{E_{\gamma}} = 1 - \frac{E_{e^+}}{E_{\gamma}}.$$

Совсем грубо можно считать, что с равной вероятностью образуются электроны и позитроны со всеми допустимыми энергиями. Приведенное распределение практически симметрично относительно середины. В реальности из-за того, что у позитронов заряд положительный, как и у ядра, несколько чаще позитрон имеет



Рис. 3.15. Распределение позитронов по энергии при разной энергии фотонов, эВ, в свинце

бо́льшую энергию, чем электрон. В литературе часто приводятся распределения позитронов по энергии для свинца и для воздуха [7]. Эти распределения не очень сильно различаются, поэтому для тяжелых веществ можно использовать зависимость для свинца, а для легких — для воздуха.

рассеяния

#### 3.4.5. Угловое распределение электронов

Угловое распределение электронов (позитронов), образованных в процессе рождения пар, похоже на угловое распределение тормозных у-квантов [7]:

$$\sqrt{\overline{\Theta^2}} = \frac{m_e c^2}{E_{\gamma}} \ln\left(\frac{E_{\gamma}}{mc^2}\right) q(E_{\gamma}, E_e, z_0) \,. \tag{3.13}$$

Зависимость функции  $q(E_{\gamma}, E_e, z_0)$  от  $\frac{E_e}{E_{\gamma}}$  для нескольких значений  $z_0$  приведена

на рис. 3.16.

## Задача

Задача 3.4.2. Объяснить, почему угловое распределение электронов (позитронов) с малыми энергиями намного шире, чем с большими энергиями.





*Puc. 3.16.* Функция  $q(E_{\gamma}, E_e, z_0)$  из уравнения (3.13)

Рис. 3.17. Суммарный коэффициент поглощения ү-квантов

## § 3.5. СУММАРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ *γ*-КВАНТОВ

Суммарный коэффициент поглощения ү-квантов:

$$\mu = \mu_{\text{фото}} + \mu_{\text{компт}} + \mu_{\text{пар}}$$
.

Коэффициент поглощения связан с сечением взаимодействия у-кванта с атомом:

$$\mu = \frac{N_0}{A} \sigma_{\text{атом}} \left[ \frac{\text{см}^2}{\Gamma} \right]$$
 или  $\mu = \frac{N_0}{A} \rho \sigma_{\text{атом}} \left[ \frac{1}{\text{см}} \right]$ 

Следует учесть, что теория Клейна– Нишины– Тамма дает сечение комптоновского рассеяния  $\gamma$ -кванта на одном электроне. Поэтому при вычислении  $\mu_{\text{компт}}$  в веществе выражения (3.4) и (3.5) нужно умножить на  $z_0$ .

Суммарный коэффициент поглощения в зависимости от энергии γ-кванта для свинца и алюминия представлен на рис. 3.17. В литературе можно найти таблицы и графики коэффициента поглощения для других веществ. Иногда зависимость числа γ-квантов от толщины записывают в виде  $e^{-\frac{x}{\lambda}}$ , где  $\lambda = \frac{1}{\mu}$  — длина ослабления, с которой удобно работать, поскольку она выражается в единицах измерения толщины.

## Задача

Задача 3.5.1. Во сколько раз ослабится поток ү-квантов с энергией 4 МэВ после прохождения 1 г/см<sup>2</sup> свинца (углерода).

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Бете Х. А. Прохождение γ-излучения через вещество / Х. А. Бете, Ю. Ашкин // Экспериментальная ядерная физика : пер. с англ. / под ред. Э. Сегре. — М. : Иностран. лит., 1955. — Т. 1. — С. 257–291.
- 2. Групен К. Взаимодействие фотонов / К. Групен // Детекторы элементарных частиц : пер. с англ. Новосибирск : Сиб. хронограф, 1999. С. 25–31.
- Козодаев М. С. Взаимодействие элементарных частиц с веществом. Кванты / М. С. Козодаев // Детекторы элементарных частиц / В.И. Калашникова, М. С. Козодаев. — М. : Наука, 1966. — С. 38–44.
- Казанский Ю. А. Взаимодействие γ-излучения с веществом /Ю. А. Казанский // Основы экспериментальных методов ядерной физики / А. И. Абрамов, Ю. А. Казанский, Е. С. Матусевич. — М. : Атомиздат, 1977. — С. 44–51.
- Грошев Л. В. Взаимодействие γ-излучения с веществом / Л. В. Грошев, И. С. Шапиро // Спектроскопия атомных ядер / Л. В. Грошев, И. С. Шапиро. — М. : ГИТТЛ, 1952. — С. 44–59.
- 6. Davisson Charlotte Meaker. Gamma-ray absorption coefficients / Davisson Charlotte Meaker, D. Evans Robley // Rev. Mod. Phys. − 1952. − Vol. 24, № 2. − P. 79–107.
- 7. Росси Б. Теория электромагнитных взаимодействий / Б. Росси // Частицы больших энергий : пер. с англ. / под ред. С.З. Беленького. М. : ГИТТЛ, 1955. С. 23–113.

## Глава 4

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЛИВНИ

### § 4.1. КАЧЕСТВЕННАЯ КАРТИНА

Пусть электрон с энергией E, много большей критической энергии  $\varepsilon_{\kappa p}$ , движется в среде. Разобьем вещество на слои толщиной в одну радиационную единицу  $X_0$ каждый (рис. 4.1). На толщине  $X_0$  электрон излучает в среднем один тормозной  $\gamma$ квант с энергией, много большей  $\varepsilon_{\kappa p}$ . Во втором

слое  $\gamma$ -квант с большой вероятностью родит электрон-позитронную пару, а первичный электрон излучит еще один  $\gamma$ -квант большой энергии. Таким образом, в третьем слое провзаимодействуют уже четыре частицы. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока энергия электронов не станет меньше критической.



Рост числа частиц в ливне в зависимости от пройденной толщины можно записать в виде

$$N \approx 2^t$$
,

*Puc. 4.1.* Развитие электромагнитного ливня

где t выражено в радиационных единицах длины. Грубая оценка максимального числа образованных частиц  $N_{\rm max} \approx \frac{E}{\varepsilon_{\rm kp}}$ . Тогда глубина, на которой число частиц максимально,

$$t_{\max} = \frac{\ln \frac{E}{\varepsilon_{\kappa p}}}{\ln 2} \approx \ln \frac{E}{\varepsilon_{\kappa p}}.$$

Интересно отметить, что положение максимума зависит от энергии начальной частицы логарифмически, т. е. очень слабо.

После того как энергия электронов становится сравнимой с  $\varepsilon_{\rm кp}$ , продвижение ливня вперед осуществляется в основном за счет  $\gamma$ -квантов с энергией, соответствующей минимуму коэффициента поглощения. Для свинца минимум поглощения лежит в области 5 МэВ. Минимальный коэффициент поглощения  $\mu_{\rm min} = 0.45 \, {\rm cm}^{-1}$ , а длина ослабления  $\lambda = \frac{1}{\mu} \approx 2 \, {\rm cm} \approx 4 X_0$ . Таким образом, затухание ливня идет по закону  $e^{-\frac{t}{4X_0}}$ . Для легкого вещества, например, алюминия, у которого


 $\mu_{\min} = 0.08 \text{ см}^{-1}$ , а  $\lambda \approx 1.3 X_0$ , затухание идет по закону  $e^{-\frac{t}{1.3 X_0}}$ . Как видно, в тяжелом веществе ливень проникает на большее число радиационных единиц вглубь, чем в легком (рис. 4.2).

Мы рассмотрели развитие ливня, вызванного электроном. Ливень, инициированный у-квантом, практически не отличается от «электронного», за исключением одного обстоятельства. Поглощение энергии ливня определяется ионизационными потерями заряженных частиц (электронов и позитронов), тогда как взаимодействие у-квантов с веществом приводит к образованию вторичных частиц,

*Рис. 4.2.* Зависимость числа частиц в ливне от толщины

что практически не уменьшает суммарную энергию ливня. Поэтому максимум энерговыделения примерно соответствует глубине, где максимально число электронов (позитронов) (рис. 4.3). У ливня, вызванного γ-квантом, максимум числа электронов и соответственно максимум энерговыделения расположен примерно на одну радиационную единицу глубже, чем в случае ливня, вызванного электроном. На рис. 4.3 приведены результаты моделирования электромагнитного ливня в железе, инициированного электроном с энергией 30 ГэВ.



Рис. 4.3. Число электронов, число у-квантов и удельные потери энергии ливня в зависимости от толщины [1]

## § 4.2. ТЕОРИЯ

В общем виде для расчета электромагнитного ливня необходимо найти число электронов и γ-квантов, их энергии и углы в любой точке вещества, в котором развивается ливень. Эффективные сечения всех процессов, происходящих при развитии ливня, хорошо известны, но аналитически эту задачу решить невозможно. В теории удалось получить только надежную информацию о среднеквадратичном поперечном размере ливня. Этот размер называется радиусом Мольера [2]:

$$\sqrt{R_M^2} = \frac{21}{\varepsilon_{\rm kp \, [M \ni B]}} X_0$$

Интересно отметить, что этот радиус не зависит от энергии частиц, вызывающих ливень. Причина заключается в том, что поперечный размер ливня определяется в

основном многократным рассеянием электронов с малыми, близкими к  $\varepsilon_{\rm kp}$ , энергиями. При больших энергиях начальной частицы число таких электронов, естественно, больше, однако угол многократного рассеяния от числа рассеивающихся частиц не зависит.

#### § 4.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

В течение многих лет основными методами изучения электромагнитных ливней были эксперименты. Приведем два примера наиболее характерных экспериментов.

#### 4.3.1. Камера Вильсона в магнитном поле

Стопка пластин, расположенных достаточно далеко друг от друга, помещается в камеру Вильсона с магнитным полем. В зазорах между пластинами видны траектории заряженных частиц, по кривизне траектории электрона (позитрона) в магнитном поле можно определить его энергию. Таким образом, в эксперименте изучается число электронов и позитронов, их энергии и углы на разной глубине ливня [3, 4].

## 4.3.2. Эксперименты Хофштадтера

В одну из пластин поглотителя помещается сцинтилляционный счетчик, который можно перемещать в направлении, перпендикулярном траектории частицы, порождающей ливень (рис. 4.4). Эту пластину ставят на разных глубинах вдоль направления развития ливня и измеряют энергию, выделившуюся в сцинтилляторе, в зависимости от глубины и радиуса [5]. Эксперименты были проведены с легкими, средними и тяжелыми материалами и при энергии электронов от 200 МэВ до 1 ГэВ. Полученные данные широко использовались при разработке счетчиков полного поглощения для измерения энергии электронов и γ-квантов.



*Puc. 4.4.* К объяснению экспериментов Хофштадтера

#### § 4.4. МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

Метод Монте-Карло широко используется для моделирования в ядерной физике и физике элементарных частиц, в том числе и для моделирования прохождения частиц через вещество.

Алгоритм моделирования электромагнитных ливней по методу Монте-Карло очень прост. Предположим, нам нужно рассчитать ливень, который образует в веществе  $\gamma$ -квант большой энергии. Разделим материал на слои небольшой толщины. Сначала определим, какие частицы и с какой энергией выйдут из первой пластины. Первый шаг расчета. На первом этапе определим, провзаимодействует или нет  $\gamma$ -квант. Зная сечение, посчитаем вероятность взаимодействия и выделим на диске сектор, площадь которого пропорциональна этой вероятности (рис. 4.5). Площадь оставшегося сектора пропорциональна вероятности того, что  $\gamma$ -квант не провзаимодействует. Раскрутим диск и «выстрелим» в него (случайно выберем точку на диске). Если попали в сек-



*Рис. 4.5.* К объяснению метода Монте-Карло (подход Вильсона)

тор, который соответствует поглощению γ-кванта, значит, этого γ-кванта не стало и образовалась электрон-позитронная пара. В противном случае γ-квант прошел во второй слой.

Второй шаг расчета. Если γ-квант образовал пару, определим энергии электрона и позитрона. Разобьем другой диск на несколько секторов, каждый из которых соответствует определенной доле энергии γ-кванта. Ширина этих секторов рассчитывается теоретически. Снова раскручивается диск и производится «выстрел», определяется энергия электрона.

Таким образом прослеживается судьба всех  $\gamma$ -квантов и электронов, пока их энергия не становится меньше некоторой.

Расчет электромагнитных ливней по методу Монте-Карло был одним из первых применений этого метода, вскоре после его изобретения Дж. фон Нейманом совместно с другими учеными. Его выполнил Р. Р. Вильсон в 1952 году, используя похожий на вышеизложенный механико-графический метод.

Дальнейшее применение метода Монте-Карло для расчета электромагнитных ливней сильно сдерживалось вычислительной мощностью компьютеров. Современные компьютеры позволяют методом Монте-Карло рассчитывать характеристики ливней с высокой точностью. В качестве примера на рис. 4.3 приведены результаты расчета ливня, образованного электроном с энергией  $E = 30 \Gamma$ эВ в железе.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Review of particle physics / C. Amsler [et al.] // Phys. Lett. 2008. Vol. B667. 1340 p.
- 2. Групен К. Калориметры электронов и фотонов / К. Групен // Детекторы элементарных частиц : пер. с англ. Новосибирск : Сиб. хронограф, 1999. С. 216–228.
- 3. Chao C. Y. Mixed cosmic-ray showers at sea level / C. Y. Chao // Phys. Rev. -1949.- Vol. 75, № 4. P. 581–590.
- 4. Butler C. C. Some properties of penetrating cosmic-ray showers and star phenomena seen in the cloud chamber / C. C. Butler, W. G. V. Rosser, K. H. Barker // Proc. Phys. Soc. 1950. Vol. A63. P. 145–164.
- 5. Kantz Asher. Electron-induced showers in copper / A. Kantz, R. Hofstadter // Phys. Rev.  $-1953.-{\rm Feb.-Vol.}$ 89,  $\mathbb{N}{\rm \!\!\!\!\!}$  3.  $-{\rm P.}$ 607–617.
- 6. Wilson Robert R. Monte carlo study of shower production / R. Wilson Robert // Phys. Rev. −1952. − Vol. 86, № 3. − P. 261–269.

## Глава 5

## ПРОХОЖДЕНИЕ АДРОНОВ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

## § 5.1. ВИДЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Все процессы, которые мы до сих пор рассматривали, обусловлены электромагнитным взаимодействием. Кроме электромагнитного существуют еще три вида взаимодействий: сильное, слабое и гравитационное (табл. 5.1). Гравитационное взаимодействие крайне слабое и не играет значимой роли в микромире.

Вид взаимодействия	Переносчики
	взаимодействия
Сильное	Глюоны
Электромагнитное	Фотон
Слабое	$Z^0$ -, $W^+$ - и $W^-$ -бозоны
Гравитационное	Гравитон

Виды взаимодействий

Таблица 5.1

По современным представлениям, вся материя состоит из трех поколений элементарных частиц с полуцелым спином (фермионов) и переносчиков взаимодействий с целым спином (бозонов). Каждой элементарной частице соответствует античастица. Основными «кирпичиками» мира являются лептоны и кварки. Существует шесть лептонов: три заряженных (электрон, мюон и тау-лептон) и три нейтрино. Кварков тоже шесть.

Все кварки и лептоны обладают слабым взаимодействием. Те из них, которые имеют электрический заряд (все, кроме нейтрино), взаимодействуют электромагнитным образом.

Кварки обладают сильным взаимодействием. Частицы, состоящие из кварков, называются адронами<sup>1</sup>. Самые распространенные адроны — это протоны и нейтроны, из них состоят ядра атомов. При движении в веществе адроны взаимодействуют с ядрами посредством сильного взаимодействия. Пробег таких частиц определяется не столько ионизационными потерями, сколько ядерными взаимодействиями. В этой главе прохождение адронов через вещество мы рассмотрим подробно.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Адрон (от греч. *hadros* — сильный) — сильно взаимодействующая частица.

## Задача

Задача 5.1.1. На Солнце в результате протекающих там реакций образуются нейтрино, которые так и называются — солнечные нейтрино. Поскольку нейтрино не имеют электрического заряда, они взаимодействуют с веществом лишь посредством слабого взаимодействия. Во сколько раз ослабится поток солнечных нейтрино при прохождении через Землю, если сечение взаимодействия  $\sigma = 10^{-43}$  см<sup>2</sup>?

#### § 5.2. ЛЕПТОНЫ

Лептоны в переводе на русский язык — легкие частицы. Существуют три поколения лептонов, каждому из которых соответствует свой тип нейтрино (табл. 5.2). По современным экспериментальным данным, эти частицы можно считать точечными. Так, если у электрона и есть размер, то он меньше  $\sim 10^{-16}$  см.

Таблица 5.2

Леп	тоны	
Поколение I	e	$\gamma_e$
Поколение II	μ	$\nu_{\mu}$
Поколение III	τ	$\nu_{ au}$

Взаимодействие лептонов осуществляется посредством Z<sup>0</sup>-, W<sup>+</sup>- и W<sup>-</sup>-бозонов, эти частицы имеют спин 1 и массы порядка 100 ГэВ. На рис. 5.1 изображен распад мюона:

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \tilde{\nu_e} + \nu_\mu$$
.

*Рис. 5.1.* Распад мюона Одна из возможных схем рассеяния антинейтрино на электроне показана на рис. 5.2.

Масса мюона составляет 106 МэВ, а  $\tau$ -лептона — на порядок больше. В настоящее время на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-4М ведутся эксперименты с детектором КЕДР по прецизионному измерению массы  $\tau$ -лептона. Предварительное значение массы [1]:

$$m_{\tau} = 1776.69^{+0.17}_{-0.19} \pm 0.15 \,\mathrm{M}\mathfrak{sB}$$
.

Достигнутая точность сравнима с табличной [2].



*Puc. 5.2.* Рассеяние антинейтрино на электроне

μ

#### § 5.3. КВАРКИ. АДРОНЫ

Существует шесть кварков, их обозначения, электрический заряд и приблизительная масса приведены в табл. 5.3. Перечислим основные свойства кварков.

1. Заряд у кварков дробный и равен  $+\frac{2}{3}e$  либо  $-\frac{1}{3}e$ .

2. Сильное взаимодействие кварков осуществляется посредством обмена глюонами, всего существует восемь глюонов. Их спин равен 1.

3. Сила притяжения кварков увеличивается с ростом расстояния между ними. Это свойство сильного взаимодействия объясняет ненаблюдение кварков в свободном состоянии и называется конфайнментом (удержанием) кварков. Когда при больших расстояниях между двумя кварками энергия их взаимодействия становится достаточно большой, рождается кварк-антикварковая пара, что приводит к образованию новых связанных кварковых состояний.

Таблица	5.3
---------	-----

Символ	Заряд,	Macca	Поко-	Название
	e	$\times c^2$	ление	
u	+2/3	$\sim 3{ m M}$ эВ	Ι	ир (верхний)
d	-1/3	$\sim 5{ m M}$ эВ		down (нижний)
С	+2/3	1.3 ГэВ	II	charm (очарованный)
s	-1/3	$\sim 100{\rm M}$ эВ		strange (странный)
t	+2/3	170 ГэВ	III	top, truth (истинный)
b	-1/3	4.2 ГэB		bottom, beauty (прелестный)

Кварки

Приведем примеры адронов и их кварковый состав. Мезоны — это частицы, состоящие из кварка и антикварка:

p = uud;n = udd.

$$\pi^+ = u\tilde{d}$$
 — без странности;  
 $K^+ = \tilde{s}u$  — со странностью.

Спин у мезонов целый. Схема распада *π*-мезона показана на рис. 5.3. Барионы — это частицы, которые состоят из трех

кварков:



Рис. 5.3. Распад *п*-мезона

 $\mu^+$ 

Спин барионов полуцелый.

## § 5.4. ПРОТОН. ЯДЕРНЫЙ ПРОБЕГ

Сечение ядерного взаимодействия протона с протоном показано на рис. 5.4. При малых энергиях преобладает процесс упругого рассеяния. При достаточно больших энергиях могут происходить неупругие взаимодействия с образованием



*Puc. 5.4.* Полное сечение и сечение упругого рассеяния протона на протоне [2]

вторичных частиц. Примеры таких реакций:

$$p + p \longrightarrow \pi^0 + p + p;$$
 (5.1)

$$p + p \longrightarrow \pi^+ + n + p;$$
 (5.2)

$$p + p \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + p + p. \qquad (5.3)$$

С увеличением энергии сечение упругого рассеяния уменьшается. Полное сечение при больших энергиях выходит на плато.

Найдем ядерный и ионизационный пробег протона с энергией 1 ГэВ, который проходит через жидководородную мишень. Для ядерного пробега можно записать

$$N = N_0 \, e^{-\frac{x}{L_s}} \,. \tag{5.4}$$

Длина ядерного взаимодействия

$$L_{\mathfrak{s}} = \frac{1}{\sigma n} \,, \tag{5.5}$$

где n — число ядер в 1 г мишени. Для водорода  $L_{\rm s} \approx 50 \, \frac{\Gamma}{{\rm cm}^2}.$ 

Ионизационные потери в водороде составляют 4 $\frac{M \Im B}{r/cm^2},$ откуда

 $L_{\text{ион}} \approx 250 \, \frac{\Gamma}{\text{см}^2} \, .$ 

На рис. 5.5 качественно показано уменьшение числа протонов с увеличением толщины мишени, штриховой линией обозначен пробег без учета ядерного взаимодействия.

Итак, пробег адронов высоких энергий определяется в основном ядерным взаимодействием.

 $\frac{N}{N_0}$ 

0



100

200

 $\frac{\Gamma}{\mathrm{CM}^2}$ 

## § 5.5. π-МЕЗОН. ЯДЕРНЫЙ ПРОБЕГ

В целом картина взаимодействия  $\pi$ -мезонов с протонами похожа на протонпротонные взаимодействия. Примеры реакций:



Рис. 5.6. Полное сечение и сечение упругого рассеяния пиона на протоне [2]

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + p; \qquad (5.6)$$

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^0 + n; \qquad (5.7)$$

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^0 + \pi^0 + n$$
. (5.8)

На рис. 5.6 показана зависимость от энергии сечения упругого рассеяния и полного сечения взаимодействия  $\pi^-$  с протоном. При малых энергиях  $\pi^-$ -мезона наблюдаются резонансы. При высоких энергиях сечение выходит на плато.

Обычно длина ядерного взаимодействия приводится для больших энергий

адронов — область плато на рис. 5.4 и 5.6, где сечение практически постоянно. Для разных материалов  $L_{\rm g}$  составляет 50 — 100  $\frac{\Gamma}{{\rm cm}^2}$  [2].

## § 5.6. НЕЙТРОН

Нейтрон — это наиболее яркий представитель адронов. Поскольку у него нет электрического заряда, то он даже при малых энергиях может подойти к ядру на малое расстояние, где вступают в игру сильные взаимодействия. С этим свойством нейтрона связана целая эпоха в истории человечества — эпоха ядерных бомб и атомных электростанций.

#### 5.6.1. Основные свойства нейтрона

Нейтрон был открыт в 1932 году английским физиком Дж. Чедвиком. Масса нейтрона равна 939.6 МэВ/ $c^2$ , что примерно на  $2.5 m_e$  больше, чем масса протона. Нейтрон распадается на протон, электрон и антинейтрино посредством слабого взаимодействия:

$$n \longrightarrow p + e^- + \tilde{\mathbf{v}_e}$$
.

Период полураспада  $T_{1/2} \approx 10$  мин. Отношение магнитного момента протона к магнитному моменту нейтрона составляет 1.46. В лабораторных условиях нейтроны получают в радий-бериллиевом источнике —  $\alpha$ -частицы от распада радия падают на бериллиевую пластинку:

$${}^4_2\alpha + {}^8_4\text{Be} \longrightarrow n + {}^{11}_6\text{C}$$
.

В этой реакции поток нейтронов составляет  $3 \cdot 10^7 \,\mathrm{c}^{-1}$  на 1 г радия. Она является весьма удобной для изучения свойств нейтронов.

## 5.6.2. Классификация нейтронов

Классификация нейтронов производится по их кинетической энергии, которая связана с температурой соотношением

$$E_n = kT$$

где постоянная Больцмана  $k \approx 10^{-4} \frac{9B}{K}$ . Выделяют следующие классы нейтронов:

1) тепловые нейтроны. При обычной температуре  $T = 20 \,^{\circ}\text{C} \approx 300 \,^{\circ}\text{K}$  энергия нейтрона  $E_n = 0.03 \,^{\circ}\text{B}$ ;

- 2) холодные нейтроны. Это нейтроны с энергией  $E_n < 0.03$  эВ;
- 3) медленные нейтроны. Энергия таких нейтронов  $0.3 \, \text{sB} < E_n < 1 \, \text{MsB};$
- 4) быстрые нейтроны. В этом случае  $E_n > 1$  МэВ.

## 5.6.3. Реакции с нейтронами Реакции захвата (радиационный захват)

$$n + (A, z) \longrightarrow (A + 1, z)^* \longrightarrow (A + 1, z) + \gamma.$$

Часто такая реакция нежелательна, так как приводит к ослаблению потока нейтронов. Иногда это может принести пользу, например, если необходимо понизить мощность атомного реактора, то в активную зону вводят специальные стержни из материала с высоким сечением поглощения нейтронов, в результате чего мощность реактора падает.

#### Образование заряженных частиц

Эта реакция имеет прямое отношение к нашему курсу, поскольку позволяет детектировать нейтроны:

$$n + {}_{3}^{6}\text{Li} \longrightarrow {}_{2}^{4}\alpha + {}_{1}^{3}\text{H}, \qquad Q = 4.5 \text{ M} \Rightarrow \text{B}.$$

Образуются две сильно ионизирующие частицы. Сечение этой реакции зависит от скорости нейтрона:

$$\sigma \sim \frac{1}{\upsilon} \,. \tag{5.9}$$

Эта реакция очень удобна для регистрации нейтронов, особенно тепловых, для которых  $\sigma \approx 900$  барн.

Еще одна реакция, которая часто используется:

$$n + {}^{10}_{5}\text{B} \longrightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{7}_{3}\text{Li}, \qquad Q = 2.8 \text{ M} \Rightarrow \text{B}.$$

Сечение здесь также обратно пропорционально скорости нейтрона. Для тепловых нейтронов  $\sigma \approx 4000$  барн. Это рекордно высокое значение сечения.

Рассмотренные реакции выделяются на фоне других процессов с точки зрения плотности ионизации продуктов реакции и большого энерговыделения.

#### Реакции деления

 $n + (A, z) \longrightarrow (A_1, z_1) + (A_2, z_2) + (A_3, z_3).$ 

Наиболее привлекательным является случай, когда в результате деления ядра образуется два или три нейтрона. Тогда может быть реализована цепная реакция. Именно цепная реакция деления ядер под действием нейтронов используется в атомной энергетике и ядерном оружии. В качестве топлива для ядерных реакторов обычно используется уран. Содержание изотопов  $^{238}_{92}$ U и  $^{235}_{92}$ U в природном уране — 99.3 и 0.7 % соответственно. Реакция деления  $^{235}_{92}$ U идет на нейтронах любых энер-



*Рис. 5.7.* Сечение деления <sup>238</sup><sub>92</sub> U [3]

гий. Сечение реакции зависит от скорости как (5.9) и для тепловых нейтронов составляет 600 барн. Среднее число нейтронов, образуемых при делении ядра, составляет 2.5. В случае изотопа  $^{238}_{92}$ U ядерное деление начинается при энергии нейтрона  $E_n > 1$  МэВ. На рис. 5.7 показана зависимость сечения реакции деления  $^{238}_{92}$ U от энергии нейтрона.

#### Неупругое рассеяние

$$n + (A, z) \longrightarrow n + (A_1, z_1) + (A_2, z_2).$$

Поскольку это пороговая реакция, ее используют для определения энергии нейтрона. Пример реакции такого рода:

$$n + {}^{12}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow 2n + {}^{11}_{6}\mathrm{C}$$

Упругое рассеяние на протоне



*Рис. 5.8.* Упругое рассеяние нейтрона на протоне

$$n+p \longrightarrow n+p$$
.

Поскольку протон и нейтрон имеют равные массы, то происходит рассеяние, подобное упругому столкновению двух шариков (рис. 5.8). Этот процесс очень





*Puc. 5.9.* Спектр энергии протонов в реакции упругого рассеяния нейтрона на протоне

*Puc. 5.10.* Сечение упругого рассеяния нейтрона на протоне [4]

удобен для регистрации нейтрона и для определения его энергии. Спектр энергии протонов отдачи показан на рис. 5.9. По краю спектра определяется энергия нейтронов. Зависимость сечения от энергии нейтрона приведена на рис. 5.10. В очень широком диапазоне энергий сечение постоянно.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Tau mass measurement at KEDR / A.G. Shamov [et al.] // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2008. Vol. 181–182. P. 311–313.
- 2. Review of particle physics / C. Amsler [et al.] // Phys. Lett. -2008. Vol. B667. 1340 p.
- 3. Мухин К. Н. Физика атомного ядра. Т. 1. / К. Н. Мухин // Экспериментальная ядерная физика. В 3 т. 3-е изд. М. : Атомиздат, 1974. 584 с.
- 4. Фрауэнфелдер Г. Адронные взаимодействия / Г. Фрауэнфелдер, Э. Хенли // Субатомная физика : пер. с англ. / под ред. В. В. Толмачева М. : Мир, 1979. С. 419–462.

ЧАСТЬ II

# ПРИБОРЫ ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ЯДЕРНЫХ ЧАСТИЦ

## Глава 6

## СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫЕ СЧЕТЧИКИ

#### § 6.1. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ МЕТОДА

Сцинтилляционный метод используется очень давно для исследования излучений. В истории его развития можно выделить четыре основных этапа.

# 1. 1908–1911 годы — опыты Э. Резерфорда и его учеников Г. Гейгера и Э. Марсдена по рассеянию α-частиц тонкими фольгами.

Было обнаружено, что  $\alpha$ -частицы рассеиваются: большая часть проходит фольгу, не отклоняясь, а небольшая часть отклоняется на углы вплоть до  $180^{\circ}$ . Рассеянные  $\alpha$ -частицы регистрировались по вспышке на экране из сернистого цинка (ZnS(Ag)) (рис. 6.1). Результаты этих опытов позволили впоследствии прийти к правильной модели атома (сначала к планетарной модели Резерфорда, потом к квантовой — Бора). Можно сказать, что в опытах Э. Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц впервые осознанно и очень эффективно использовался сцинтилляционный метод регистрации заряженных частиц.

## 2. 1932 год — ускоритель протонов Кокрофта и Уолтона.

Начав работы в 1928 году, сотрудники Э. Резерфорда Дж. Д. Кокрофт и Э. Т. С. Уолтон уже в 1932 году впервые осуществили искусственную реакцию расщепления ядра лития с помощью протонов:

$$p + {}^7_3\mathrm{Li} \rightarrow {}^4_2 \alpha + {}^4_2 \alpha$$

Для регистрации *α*-частиц использовался ZnS(Ag) (рис. 6.2). Впервые применялся метод совпадения: учитывались те события, в которых два человека одновременно видели вспышку — каждый на своем экране. Впоследствии эта работа была отмечена Нобелевской премией.



*Рис. 6.2.* Схема эксперимента по расщеплению ядра лития с помощью ускорителя протонов Кокрофта и Уолтона



Рис. 6.1. Схема опыта Э. Резерфорда по рассеянию α-частиц: К — свинцовый контейнер с радиоактивным веществом; Э — экран, покрытый сернистым цинком; Ф — золотая фольга; М — микроскоп

## 3. 1934 год — фотоэлектронные умножители Кубецкого.

В 1933–1934 годах Л. А. Кубецкий впервые в мире создал несколько образцов нового фотоэлектрического прибора — фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) (рис. 6.3). Этот прибор позволял регистрировать очень слабые вспышки света.

## 4. 1945–1950 годы — промышленное производство ФЭУ.

В эти годы заводы освоили технологию и начали промышленный вы-

пуск фотоэлектронных умножителей. Стало возможным создавать большие системы на основе сцинтилляционных счетчиков.

## § 6.2. ПРИНЦИП РАБОТЫ

Сцинтилляционный счетчик по принципу действия можно разделить на несколько составных частей (рис. 6.4 и рис. 6.5).



Рис. 6.4. Принцип работы сцинтилляционного счетчика: С — сцинтиллятор; Ф фотокатод; Д — динодная система; А анод

## 1. Сцинтиллятор



*Рис. 6.5.* Принцип работы фотоэлектронного умножителя

Это вещество, которое часть энергии, потраченной частицей на ионизацию, превращает в свет. Энергию, которая идет на сцинтилляцию, обычно записывают в виде

$$E_{\rm c} = E_{\rm \mu} C_{\rm \mu c} \,, \tag{6.1}$$

где  $E_{\rm u}$  — ионизационные потери регистрируемой частицы;  $C_{\rm uc}$  — конверсионная эффективность сцинтиллятора. Зная энергию высвечиваемых фотонов  $\omega_{\phi}$ , можно определить их число:



$$N_{\Phi} = \frac{E_{\rm c}}{<\omega_{\Phi}>}\,.$$

Распределение числа фотонов по длине волны удобно записать в виде

$$\frac{dN}{d\lambda} = N_{\rm \Phi} f(\lambda) \,,$$

где  $N_{\Phi}$ — полное число фотонов;  $f(\lambda)$ — спектральная характеристика (рис. 6.6), нормированная так, что

$$\int_{0}^{\infty} f(\lambda) \, d\lambda = 1 \, .$$

*Рис. 6.6.* Эмиссионный спектр сцинтиллятора

## 2. Фотокатод

S

Сцинтилляционный свет за счет фотоэффекта преобразуется в фотоэлектроны. Светочувствительные свойства фотокатода определяются его квантовой эффективностью и спектральной характеристикой (рис. 6.7):

λ

$$\varepsilon(\lambda) = \varepsilon_0 S(\lambda) \,,$$

где  $\varepsilon_0$  — квантовая эффективность в максимуме;  $S(\lambda)$  — спектральная характеристика, нормированная на единицу в максимуме:

$$S(\lambda_m) = 1.$$

 $f(\lambda)$ 



*Рис. 6.7.* Квантовая чувствительность фотокатода

Для грубой оценки среднее число фотоэлектронов можно представить как

$$\overline{N_{\Phi\,\vartheta}}\approx\overline{N_{\Phi}}\overline{\varepsilon}$$

Для точного расчета необходимо проинтегрировать по длине волны спектральные характеристики сцинтиллятора и фотокатода (рис. 6.8):

$$N_{\Phi \, \Im} = N_{\Phi} \varepsilon_0 \int\limits_0^\infty S(\lambda) f(\lambda) \, d\lambda$$

Входящий сюда интеграл называется коэффициентом соответствия сцинтиллятора и фотокатода:

$$B_{(\mathrm{cu-}\phi.\kappa)} = \int_{0}^{\infty} S(\lambda) f(\lambda) \, d\lambda \,,$$



 $S(\lambda)$ 

*Puc. 6.8.* Спектральные характеристики сцинтиллятора и фотокатода

число фотоэлектронов равно

$$N_{\Phi \mathfrak{I}} = N_{\Phi} \varepsilon_0 B_{(\mathrm{cu-}\Phi.\kappa)}$$

## 3. Динодная система

Коэффициент вторичной эмиссии принято обозначать буквой σ. Как правило, его величина в среднем равна 3. Для ФЭУ, у которого *m* динодов, коэффициент усиления

$$K = \sigma^m$$

У промышленных ФЭУ количество динодов 8...13, коэффициент усиления составляет  $10^5\ldots 10^8.$ 

Запишем количество электронов на аноде и соответствующий заряд:

$$N_{\rm A} = N_{\rm \Phi\, \mathfrak{s}} K \, ; \quad Q_{\rm A} = e N_{\rm A} \, .$$

Сигнал на выходе ФЭУ для  $R_A C_A \gg \tau$  (см. рис. 6.4), где  $\tau$  – время высвечивания сцинтиллятора, составит

$$U_{\rm A} = \frac{Q_{\rm A}}{C_{\rm A}} \,.$$

Величина сигнала при одном фотоэлектроне, коэффициенте усиления  $6 \cdot 10^5$  и емкости на аноде 10 пФ составляет 10 мВ. Сигнал такой величины легко регистрируется электроникой.

## § 6.3. СЦИНТИЛЛЯТОРЫ. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

#### 6.3.1. Конверсионная эффективность

Конверсионная эффективность  $C_{uc}$  измеряется в процентах или в величине энергии (W), затрачиваемой на образование одного фотона сцинтилляции. Через W удобно определять среднее число фотонов:

$$N_{\Phi} = \frac{E_{\mathbf{H}}}{W} \,.$$

Величина W находится в пределах 10...1000 эВ. У сернистого цинка (ZnS(Ag)) самая высокая конверсионная эффективность  $C_{\rm uc} = 20\%$ , W = 8 эВ. Это рекордные значения. Но у этого сцинтиллятора есть большой недостаток — малые размеры кристаллов, что и ограничивает его применение.

## 6.3.2. Отношение $\frac{\alpha}{\beta}$

Конверсионная эффективность сцинтилляторов, как правило, сильно зависит от плотности ионизации. Исторически этот эффект измерялся сравнением  $C_{\rm uc}$ от электронов и  $\alpha$ -частиц. На рис. 6.9 изображена зависимость  $C_{\rm uc}$  кристалла антрацена для электронов, протонов и  $\alpha$ -частиц в зависимости от их кинетической





## 6.3.3. Время высвечивания

Интенсивность высвечивания сцинтиллятора в зависимости от времени (рис. 6.10) изменяется по закону:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N_{\Phi}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

где <br/>т — время высвечивания;  $N_{\Phi}$  — полное число фотонов. У органических сцинтилля<br/>торов т $\sim 10^{-9}\dots 10^{-8}\,{\rm c},$ 

у неорганических —  $\tau \sim 10^{-7} \dots 10^{-5}$  с.

## 6.3.4. Классификация сцинтилляторов Механизм сцинтилляций

Существует огромное количество различных сцинтилляторов. Основные классы сцинтилляторов и их основные параметры даны в табл. 6.1.

Рассмотрим качественно механизмы образования сцинтилляций.

**Органические сцинтилляторы.** Природа сцинтилляций в органических сцинтилляторах связана с колебательными и вращательными энергетическими уровнями молекул. Картина уровней энергии в зависимости от расстояния между атомами двухатомной молекулы изображена на рис. 6.11. В результате пролета частицы молекула переходит на возбужденный колебательный уровень. Это возбуждение снимается за счет высвечивания. В первом приближении этот механизм справедлив и для более сложных молекул. На рис. 6.12 изображен спектр поглощения и излучения молекулы. Материалы, у которых эти спектры не перекрываются, являются сцинтилляторами. Аналогичная природа излучения характерна для переизлучателей (трансформаторов) спектра, которые часто применяются для переизлучения спектра из коротковолновой в более длинноволновую область, например, в видимый диапазон.

энергии. Величина отношения конверсионных эффективностей для α- и β-частиц (электронов) при энергии 5 МэВ является характеристикой сцинтиллятора и обычно приводится в таблицах. Иногда это отношение называют квенчинг-фактором. Для разных сцинтилляторов

$$\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{3}}=0.1\ldots 1\,.$$

У органических сцинтилляторов  $\frac{\alpha}{\beta} \approx 0.1$ , у неорганических кристаллов  $\frac{\alpha}{\beta} \approx 0.7$ , у газовых —  $\frac{\alpha}{\beta} = 1$ .

тора



высвечивания сцинтилля-

*Рис. 6.10.* Временна́я зависимость интенсивности

Таблица 6.1

Класс	Тип	Конверсионная	Время	
		эффективность	высвечивания τ,	$\frac{\alpha}{2}$
		W, эВ	нс	ß
Органический	Кристаллы	$50 \dots 300$	$5 \dots 100$	0.1
	Жидкости	$100 \dots 200$	$2 \dots 10$	0.1
	Пластические	$150 \dots 200$	$2 \dots 10$	0.1
Неорганический	Кристаллы	$10 \dots 120$	101000	$0.5 \dots 1$
Газовый	Газ	$20 \dots 100$	10	1

|--|



Рис. 6.11. Потенциальная энергия в зависимости от расстояния между атомами для двухатомной молекулы (основное  $r_0$  и первое возбужденное  $r_1$  состояния)

#### Неорганические сцинтилляторы.

В рамках зонной теории кристалл рассматривается как атом. Схема энергетических уровней дана на рис. 6.13. Здесь показаны уровни валентной зоны, зона проводимости и запрещенная зона, а также примесные уровни. Эти уровни создаются за счет специальных добавок в кристаллы. Примесные уровни являются метастабильными, и переход с этих уровней на основной дает излучение в видимой области. Время жизни на метастабильных уровнях велико, поэтому время высвечивания у неорганических сцинтилляторов намного больше, чем у органических.



Рис. 6.12. Спектр поглощения и спектр испускания органического сцинтиллятора



*Рис. 6.13.* Уровни энергий неорганического сцинтиллятора

Газовые сцинтилляторы. В газовых сцинтилляторах пролетающие частицы возбуждают атомы. При переходе электрона на основной уровень испускается свет. Это самые лучшие сцинтилляторы по показателю  $\frac{\alpha}{\beta}$ . Излучение лежит в области ультрафиолета, поэтому такие сцинтилляторы, как правило, используются с трансформаторами спектра.

В качестве примера приведем данные по некоторым сцинтилляторам (табл. 6.2).

Таблица 6.2

Сцинтиллятор	$W, \frac{\Im B}{\Phi O T O H}$	$\tau,10^{-9}\mathrm{c}$
NaI(Tl)	$25 \dots 35$	250
CsI(Tl)	$25 \dots 35$	500
Пластический сцинтиллятор BC-408 (на основе поливенилтолуола)	150	2
Антрацен (органический кристалл)	$50 \dots 70$	30

Основные параметры некоторых сцинтилляторов

Пластические органические сцинтилляторы делаются на основе полистирола, поливинилтолуола, оргстекла (полиметилметакрилата). Сцинтиллятор ВС-408 используется во времяпролетной системе детектора КЕДР (рис. 6.14). Преимущества пластических органических сцинтилляторов — простота их механической обработки, возможность придания любой формы, возможность создания счетчиков значительных размеров и сравнительно малое время высвечивания.

В ИЯФ на детекторе СНД (см. далее на рис. 6.15) используется 1632 кристаллов NaI(Tl) (3.5 T). Кристаллы йодистого цезия обладают двумя преимуществами по сравнению с кристаллами йодистого натрия — у них меньше радиационная единица и они не гигроскопичны. На современных больших детекторах используется именно этот сцинтиллятор: на детекторе KEДР — 1232 кристалла CsI(Na) (3.2 T), на детекторе Belle (см. далее на рис. 6.16) — 8736 кристаллов CsI(Tl) (43 T).



*Рис. 6.14.* Детектор КЕДР (цветной рисунок см. на форзаце)



Рис. 6.15. Детектор СНД (цветной рисунок см. на форзаце)



*Рис. 6.16.* Детектор Belle (цветной рисунок см. на форзаце)

#### § 6.4. ФЭУ

личных фотокатодов

Основными элементами ФЭУ являются фотокатод, динодная система и анод.

#### 6.4.1. Фотокатод

Основные параметры фотокатода — его спектральная характеристика, квантовая эффективность и шумы, обусловленные термоэмиссией. На рис. 6.17 представлена зависимость квантовой эффективности фотокатодов от длины волны для



различных материалов.

В течение длительного времени наиболее распространенным фотокатодом был сурьмяно-цезиевый. Его квантовая эффективность достигает 20%, термоэмиссия при комнатной температуре составляет  $n_{\text{тэ}} = (1...10) \cdot 10^3 \frac{\text{электронов}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}.$ 

 $m_{T3} = (1...10)^{-10}$  см<sup>2</sup> · с В настоящее время широко используются бищелочные фотокатоды (SbKCs или SbNaK). Здесь термоэмиссия  $n_{T3} = 5 \cdot 10^2 \frac{300}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$ , а квантовая эффективность —  $\varepsilon_0 = 20 \dots 26 \%$ .

Мультищелочные фотокатоды (Sb-Na-K-Cs) имеют спектральную характеристику, смещенную в красную область. Кванто-

вая эффективность  $\varepsilon_0 = 20...25$  %, уровень термоэмиссии  $n_{\text{тэ}} = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{электронов}}{2}$ 

вая эффективноств с $_0 = 20...2670$ , уровенв термоэмиссии  $n_{\rm T3} = 5.10$  с ${\rm m}^2 \cdot {\rm c}$ В последние годы были разработаны полупроводниковые фотокатоды на основе арсенида галлия (GaAs). Квантовая эффективность GaAs фотокатода достигает  $\varepsilon_0 = 40...75\%$ . Спектральная характе-

ристика простирается от видимого диа- <sup>σ</sup>100 пазона до инфракрасного.

## 6.4.2. Динодная система

Наиболее важными особенностями динодных систем являются коэффициент вторичной эмиссии и конструкция динодов.

#### Коэффициент вторичной эмиссии

Зависимость коэффициента вторичной эмиссии ( $\sigma$ ) от энергии падающего электрона (разности потенциалов U) представлена на рис. 6.18. Максимальное



*Puc. 6.18.* Зависимость коэффициента вторичной эмиссии от напряжения для разных материалов

значение  $\sigma$  у некоторых материалов достигает 100. К сожалению, максимум вторичной эмиссии достигается при напряжении около 1 кВ. Такие напряжения не удается реализовать в фотоумножителях. Причина этого — холодная эмиссия. Как правило, работают при  $\sigma = 2...3$ . Важной характеристикой ФЭУ является зависимость коэффициента усиления от напряжения:

$$K = \sigma^{m}, \qquad \qquad \frac{\Delta K}{K} = \frac{m\Delta\sigma}{\sigma}, \\ \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \alpha \frac{\Delta U}{U}, \qquad \qquad \frac{\Delta K}{K} = m\alpha \frac{\Delta U}{U}.$$

Как правило, работают в области напряжений, где  $\alpha \approx 1$ . Отсюда видно, что для ФЭУ с числом динодов m = 10 для стабильности коэффициента усиления 1% необходима стабильность напряжения 0.1%.

## Задача

Задача 6.4.1. Объяснить, почему с ростом энергии падающих электронов коэффициент вторичной эмиссии достигает максимума, а потом падает (рис. 6.18).

#### Типы динодов

Существует большое количество разных конструкций динодов. Рассмотрим основные типы.

## Корытообразные диноды (рис. 6.19)

Фотоумножители с такой динодной системой были одними из первых фотоумножителей массового производства. Диноды делались из метала и покрывались сурьмяно-цезиевым (Sb-Cs) материалом —



*Puc. 6.20.* Торовидная динодная система

тем же самым, из которого делался фотокатод. Это резко упрощало производство фотоумножителей, так как в одном технологическом процессе получали и фотокатод, и диноды. Однако недостатком сурьмяно-цезиевых динодов является то, что коэффициент вторичной эмиссии зависит от температуры. Недостаток корытообразных динодов — в наличии острых краев, что приводит к холодной эмиссии.

Торовидные диноды (рис. 6.20)

Это модификация корытообразных динодов с целью уменьшения холодной эмиссии. Корыто делается цилиндрическим, чтобы избавиться от «холодных краев». Такая конструкция позволила поднять напряжение, и это улучшило

временные характеристики ФЭУ по сравнению с корытообразными.

#### Диноды типа «жалюзи» (рис. 6.21)

Это достаточно распространенный тип динодной системы. Основным положительным качеством данных динодов является технологическая простота изготов-



*Рис. 6.19.* Корытообразная динодная система

ления. Материалом динодов служит металл, у которого коэффициент вторичной эмиссии слабо зависит от температуры. Недостатком является то, что здесь много острых краев. Поэтому работают такие диноды при малых напряжениях между ними, что приводит к худшим временным параметрам по сравнению с корытообразными ФЭУ. Диноды типа «жалюзи» нашли массовое применение там, где не требуются хорошие временные параметры.



Puc. 6.21. Динодная система типа «жалюзи»

*Микросеточные диноды* (Fine Mesh)(рис. 6.22)

Их разработала известная японская фирма Натаmatsu. В тонких металлических пластинках делаются отверстия порядка  $40 \times 40$  мкм, с промежутками между ними порядка 10 мкм, расстояние между динодами примерно 0.5 мм. Такая конструкция позволяет рабо-

ных полях до 15 кГс. Без магнитного поля коэффициент усиления достигает  $10^8$ , в магнитном поле  $15 \,\mathrm{k\Gamma c}$ 

этот коэффициент падает в 10<sup>3</sup> раз. ФЭУ с такой ди-



Рис. 6.22. Микросеточная динодная система

нодной системой имеют хорошее временное разрешение. Для сигналов с одним фотоэлектроном  $\sigma = 100$  пс.

#### *Микроканальные пластины* (МКП)

Элементом МКП является цилиндрическая трубочка (канал) с внутренним диаметром 5....30 мкм и длиной 0.5 мм из стеклянного полупроводящего материала. Внутренняя поверхность канала обладает коэффициентом вторичной эмиссии, большим единицы (рис. 6.23). К концам этой трубочки приложена разность потенциалов. В канале происходит умножение электронов. На такой трубочке получают коэффициент усиления  $10^4$ . Микроканальные пластины имеют диаметр 10...30 мм, толщину 0.5 мм. Отношение площади каналов к общей площади (прозрачность) составляет 60...70%.



Puc. 6.23. Конструкция и принцип работы микроканальных пластин



*Рис. 6.24.* Схематический вид ФЭУ с МКП производства ОАО «Катод»

оне анода, по каналам движутся к фотокатоду и портят его. Чтобы уменьшить обратную ионную связь, используют две МКП. Каналы в пластинах располагаются под небольшим углом (5...10°) к оси прибора, а каналы двух смежных пластин образуют шеврон (рис. 6.25). На таких ФЭУ удается получить коэффициент 10<sup>6</sup>. ФЭУ с МКП Рис. 6.25. Двухкаскадобладают тремя важными параметрами:

Технология производства МКП была разработана для электронно-оптических преобразователей (ЭОП) с высоким пространственным разрешением. ЭОП на основе МКП сегодня широко используются. На рис. 6.24 показана схема ФЭУ на основе двух МКП. На одной пластине нельзя получить коэффициент усиления больше, чем 10<sup>4</sup>. Это ограничение связано с возникновением ионной обратной связи. Ионы, которые образуются за счет ионизации электронами остаточного газа в рай-

ная система МКП

1) рекордно высокое временное разрешение — для сигналов с одним фотоэлектроном  $\sigma = 35 \,\mathrm{nc};$ 

2) малая деградация усиления в магнитном поле — при поле 15 кГс коэффициент усиления падает в 3...5 раз;



*Рис. 6.26.* Детектор КМД-3 (цветной рисунок см. на форзаце)

3) высокое пространственное разрешение — определяется размером пикселей на аноде. Производятся приборы с 1024 анодами и размерами пэда на аноде  $2 \times 2$  мм.

На данный момент в ИЯФ работает и создается несколько систем, в которых в качестве фотонных детекторов используются ФЭУ с МКП: сцинтилляционные счетчики для регистрации нейтронов в детекторе КМД-3 (рис. 6.26), аэрогелевые черенковские счетчики детектора КЕДР и аэрогелевые черенковские счетчики детектора СНД. Система аэрогелевых счетчиков детектора КЕДР использует 160 ФЭУ с МКП — это первый в мире случай массового применения данного вида ФЭУ в физике высоких энергий.

#### 6.4.3. Шумы фотоумножителей

Основными источниками шума являются следующие эффекты.

## Термоэмиссия фотокатода

Этот эффект уже рассматривался ранее в разделе про фотокатоды. В тех случаях, когда термоэмиссия не позволяет производить эксперимент, используют охлаждение вплоть до температур жидкого азота. Но надо помнить, что квантовая эффективность фотокатода может изменяться.

#### Токи утечки

Токи утечки протекают между фотокатодом и динодами по колбе ФЭУ и в панельке. Для уменьшения этих токов используют стекло колбы и материал панельки с высокими изоляционными свойствами. Заметим, что токи утечки пропорциональны напряжению (U), а коэффициент усиления пропорционален  $U^m$ . Поэтому токи утечки являются существенными при работе с маленьким коэффициентом усиления. При работе же с коэффициентом усиления более  $10^4$  токи утечки вносят несущественный вклад в общий уровень шумов.

#### Оптическая обратная связь

В районе анода, когда проходит лавина электронов, возникает свечение остаточного газа. Этот свет может прямо попадать на фотокатод или захватываться при условии полного внутреннего отражения в колбе стекла и доходить до фотокатода. Для уменьшения этого эффекта конструкцию и расположение динодов делают таким образом, чтобы не было прямого попадания света на фотокатод. Уменьшить вероятность прохождения света по колбе можно, покрасив поверхность колбы в черный цвет или сделав перетяжки на колбе.

#### Ионная обратная связь

Эффект связан с тем, что ионы, которые в основном образуются в районе анода, дрейфуют к фотокатоду, и в районе фотокатода происходят их рекомбинация, выделение света и выбивание фотоэлектронов. Конструкция и расположение динодов делаются так, чтобы уменьшить этот эффект. Важный фактор для ионной обратной связи, как и для оптической обратной связи, — вакуум.

## Холодная эмиссия

Холодная эмиссия возникает на острых краях динодной системы. Этот эффект ограничивает максимальное напряжение на ФЭУ и соответственно — максимальный коэффициент усиления.

На рис. 6.27 качественно представлена зависимость коэффициента усиления и шумов ФЭУ от напряжения. При малых напряжениях (коэффициентах усиления) шумы определяются токами утечки, при увеличении напряжения в широком диапазоне отношение сигнала к шуму не меняется, шумы обусловлены термоэмиссией с фотокатода. Максимальное напряжение ограничено холодной эмиссией.



*Рис. 6.27.* Основные источники шумового тока в зависимости от напряжения

## 6.4.4. ФЭУ в магнитном поле

В магнитном поле в ФЭУ происходит уменьшение сбора фотоэлектронов и коэффициента усиления. У ФЭУ с диаметром фотокатода примерно 15 см сильно изменяются параметры в магнитных полях порядка 0.1...0.5 Гс. У ФЭУ с



Рис. 6.28. Магнитная экранировка ФЭУ

$$\frac{H_{\rm снаружи}}{H_{\rm внутри}} = \frac{3\mu t}{4r}$$

Длина экранирующего цилиндра должна быть больше длины корпуса ФЭУ, чтобы уменьшить краевой эффект (рис. 6.28). Как было сказано выше, ФЭУ на основе микросеточных динодов и на МКП могут работать в больших магнитных полях без экранов.

## 6.4.5. Схемы включения ФЭУ

Высокое напряжение на ФЭУ подается двумя способами. На рис. 6.29 показан первый, в основном и применяемый, способ, когда высокое напряжение подается на фотокатод, а анод заземлен. На рис. 6.30 показан второй способ, когда высокое напряжение подается на анод, а фотокатод находится под потенциалом земли. Сигнал с анода снимается через конденсатор ( $C_{\rm B}$ ), с чем и связаны два существен-





*Рис. 6.29.* Включение ФЭУ с отрицательной полярностью

Рис. 6.30. Включение ФЭУ с положительной полярностью

ных недостатка второго способа. Конденсатор может искажать форму сигнала, которая особенно важна при точных временны́х измерениях. Другой недостаток заключается в том, что при измерении тока с анода приходится использовать прибор с высоковольтной изоляцией на землю. Второй способ применяется в том случае, если в счетчике фотокатод расположен близко от металлических деталей, находящихся под потенциалом земли. Если использовать первый способ, то на фотокатоде возникает высокая напряженность электрического поля, которая приводит к холодной эмиссии и дальнейшему усилению в динодной системе. Применение второго способа в этом случае решает проблему.

## § 6.5. АМПЛИТУДНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ

## 6.5.1. Определение

На рис. 6.31 представлено амплитудное распределение, у которого среднее значение амплитуды —  $\overline{A}$ , а ширина на полувысоте —  $\Delta_{1/2}$ . Амплитудным разрешением обычно принято считать

$$\delta_A = \frac{\Delta_{1/2}}{\overline{A}}$$

В случае распределения Гаусса со стандартным отклонением  $\sigma$  ширина на полувысоте равна  $\Delta_{1/2}==2.36\sigma.$ 



*Puc. 6.31.* Амплитудное распределение сцинтилляционного счетчика

Часто амплитудное разрешение выражают в виде относительной флуктуации:

$$\eta = \frac{\sigma}{\overline{A}} \,,$$

где  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение.

Если измеряемая величина принимает целочисленные значения, то дисперсия распределения:

$$\sigma^2 = \overline{(n-\overline{n})^2} = \overline{n^2} - (\overline{n})^2 \,.$$

## 6.5.2. Флуктуации каскадного процесса

Рассмотрим любой каскадный процесс и его относительную флуктуацию. Пусть имеется последовательность независимых каскадов:

$$S = S_1 \cdot S_2 \cdot \ldots \cdot S_n$$
.

Каждый каскад характеризуется средним значением  $\overline{S}_i$  и среднеквадратичной флуктуацией  $\sigma_i$ . Найдем относительную флуктуацию:

$$\eta_i = \frac{\sigma_i}{\overline{S}_i} \,.$$

Поскольку каскады независимы,

$$\overline{S} = \overline{S}_1 \cdot \overline{S}_2 \cdot \ldots \cdot \overline{S}_n \,.$$

Во многих монографиях выведен закон относительной флуктуации каскадного процесса. Он выглядит следующим образом:

$$\eta_S^2 = \eta_1^2 + \frac{\eta_2^2}{\overline{S}_1} + \frac{\eta_3^2}{\overline{S}_2 \cdot \overline{S}_1} + \dots + \frac{\eta_n^2}{\overline{S}_3 \cdot \overline{S}_2 \cdot \overline{S}_1 \cdots \overline{S}_{n-1}}.$$

Рассчитаем последовательно флуктуацию фотоэффекта, коэффициента усиления ФЭУ и всего сцинтилляционного счетчика.

## 6.5.3. Флуктуации в случае да-нет

В этом случае измеряемая величина имеет только два значения: ноль или единица. Для фотокатода вероятность единицы равна его средней квантовой эффективности

$$p_1 = \varepsilon$$
.

Поскольку  $p_0 + p_1 = 1$ , вероятность

$$p_0 = 1 - p_1$$

Найдем:

$$\overline{n} = \sum_{i=0}^{\infty} ip_i = p_1,$$
$$\overline{n^2} = \sum_{i=0}^{\infty} i^2 p_i = p_1,$$
$$\sigma^2 = p_1 - p_1^2,$$
$$\eta^2 = \frac{\sigma^2}{\left(\overline{n}\right)^2} = \frac{1}{p_1} - 1.$$

 $\sim$ 

Таким образом, определим квадрат относительных флуктуаций числа фотоэлектронов:

$$\eta_{\varepsilon}^2 = \frac{1}{\varepsilon} - 1 \,.$$

## 6.5.4. Флуктуации коэффициента усиления ФЭУ

Коэффициент усиления ФЭУ с *т* каскадами находим следующим образом:

$$K = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \ldots \cdot \sigma_m$$
,

где  $\sigma_i$  — коэффициенты вторичной эмиссии *i*-го динода. Коэффициент вторичной эмиссии динода — случайная величина. Средний коэффициент усиления ФЭУ равен

$$\overline{K} = \overline{\sigma}_1 \cdot \overline{\sigma}_2 \cdot \ldots \cdot \overline{\sigma}_m.$$

Обозначим относительные флуктуации коэффициента вторичной эмиссии динодов  $\eta_1^2, \eta_2^2, \ldots, \eta_m^2$ . Запишем относительную флуктуацию коэффициента усиления в виде

$$\eta_K^2 = \eta_1^2 + \frac{\eta_2^2}{\overline{\sigma}_1} + \frac{\eta_3^2}{\overline{\sigma}_1 \cdot \overline{\sigma}_2} + \dots + \frac{\eta_m^2}{\overline{\sigma}_1 \cdot \overline{\sigma}_2 \cdot \overline{\sigma}_3 \cdots \overline{\sigma}_{m-1}}$$

Сделаем следующие два довольно правдоподобных предположения:

1) средние значения коэффициента вторичной эмиссии динодов равны между собой:

$$\overline{\sigma}_1 = \overline{\sigma}_2 = \ldots = \overline{\sigma}_m \equiv \sigma;$$

2) относительные флуктуации коэффициентов вторичной эмиссии динодов равны между собой:

$$\eta_1 = \eta_2 = \ldots = \eta_m \equiv \eta.$$

Тогда флуктуации коэффициента усиления определяются так:

$$\eta_K^2 = \eta^2 \left( 1 + \frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^2} + \dots + \frac{1}{\sigma^{m-1}} \right) \,.$$

Учтем, что сумма членов геометрической прогрессии равна

$$a_1 + a_1q + \dots + a_1q^n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

тогда

$$\eta_K^2 = \eta^2 \frac{\left(\frac{1}{\sigma}\right)^{m-1} - 1}{\frac{1}{\sigma} - 1}.$$

С учетом, что  $\sigma \gg 1$ , последнее выражение принимает вид

$$\eta_K^2 \approx \eta^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{\sigma}} = \eta^2 \frac{\sigma}{\sigma - 1} \,.$$

Сделаем третье предположение:

3) будем считать, что элементарный акт вторичноэмиссионного умножения описывается распределением Пуассона. Это значит, что относительная флуктуация коэффициента вторичной эмиссии

$$\eta^2 = \frac{1}{\sigma} \, .$$

Считаем это предположение справедливым, тогда флуктуации коэффициента усиления ФЭУ имеют следующий вид:

$$\eta_K^2 = \frac{1}{\sigma - 1} \,.$$

Заметим, что экспериментальные данные по флуктуациям коэффициента вторичной эмиссии отличаются от закона Пуассона. Но отличие, как правило, не превышает 10...20%.

## 6.5.5. Идеальная сцинтилляционная линия

Пусть имеется некоторый импульсный источник света, от которого на фотокатод попадает Z фотонов в импульсе. Тогда число электронов на выходе фотоумножителя  $N_{\rm A}$  можно записать в виде

$$N_{\rm A} = Z \cdot \varepsilon \cdot K \,,$$

где <br/>  $\varepsilon-$  средняя квантовая эффективность, <br/> K-коэффициент усиления. Квадрат относительных флуктуаций

$$\begin{aligned} \eta_{N_{\mathrm{A}}}^{2} &= \eta_{Z}^{2} + \frac{\eta_{\varepsilon}^{2}}{Z} + \frac{\eta_{K}^{2}}{Z \cdot \varepsilon} = \eta_{Z}^{2} + \frac{1}{Z} \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + \frac{1}{Z \cdot \varepsilon} \frac{1}{\sigma - 1} = \\ &= \left( \eta_{Z}^{2} - \frac{1}{Z} \right) + \frac{1}{Z \cdot \varepsilon} \frac{\sigma}{\sigma - 1} \,. \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{split} \eta^2_{\rm cBeT} &= \eta^2_Z - \frac{1}{Z} \, ; \\ \eta^2_{\Phi \ni Y} &= \frac{1}{Z \cdot \varepsilon} \frac{\sigma}{\sigma - 1} \, . \end{split}$$

Откуда

$$\eta^2_{\rm A} = \eta^2_{\rm cbet} + \eta^2_{\Phi \ni {\rm Y}} \, . \label{eq:gamma_alpha}$$

Рассмотрим случай, когда число фотонов Z флукту<br/>ирует по закону Пуассона. Тогда

$$\eta_Z^2 = \frac{1}{Z}, \qquad \eta_{\rm cBeT}^2 = 0; \delta_{\Phi \ni Y} = 2.36 \sqrt{\frac{1}{n_{\Phi \ni}} \frac{\sigma}{\sigma - 1}}, \qquad (6.2)$$

где  $n_{\Phi \Im} = Z \cdot \varepsilon$  — среднее число фото<br/>электронов. Это и есть идеальная сцинтилляционная линия.

## 6.5.6. Энергетическое разрешение ФЭУ

В паспортах на ФЭУ некоторые производители указывают информацию о так называемом энергетическом разрешении. Опишем процедуру измерения этой величины. На фотокатод ФЭУ на оптическом контакте ставится кристалл NaI(Tl), который облучается γ-квантами от изото-

па  $\frac{137}{157}$ Сs (энергия  $\gamma$ -кванта равна 660 кэВ). С помощью многоканального анализатора измеряется спектр амплитуд. Вид этого спектра представлен на рис. 6.32. Здесь хорошо виден фотопик, который отделен от спектра комптоновских электронов. Энергетическим разрешением здесь называется  $\delta_A = \frac{\Delta_{1/2}}{\overline{A}}$ . Сделаем расчет этой величины для таких условий: энергия, требуемая на образование одного фотона в сцинтилляторе, равна 35 эВ. Светосбор составляет 100%. Квантовая эффективность фотокатода, усредненная по спектральной характеристике сцинтиллятора, равна 20%. Коэффициент вто-



Puc. 6.32. Амплитудный спектр ФЭУ для сцинтиллятора NaI(Tl) от изотопа  $^{137}_{55}$ Cs

ричной эмиссии динодов равен 3. Для таких условий нетрудно рассчитать по формуле (6.2)  $\delta_{\Phi \ni V} = 5 \%$ . В реальных условиях эксперимента  $\delta = 7 \dots 8 \%$ .

Объяснение различия между расчетом и экспериментом заключается в том, что в эксперименте не выполняются условия идеальной сцинтилляционной линии. Доказать это можно следующим образом. Вместо сцинтиллятора ставится импульсный источник света. Амплитуда света регулируется так, чтобы средняя амплитуда сигнала на выходе ФЭУ была равна средней амплитуде фотопика от сцинтиллятора (рис. 6.33). Значит, среднее число фотоэлектронов от светового источника и сцинтиллятора одинаковы, но величина  $\delta$ , полученная со светового генератора, с хорошей точностью совпадает с расчетным значением. Это и есть доказательство того, что в случае работы со сцинтиллятором флуктуации светового сигнала имеют непуассоновскую форму.



*Рис. 6.33.* Амплитудный спектр ФЭУ

при засветке от импульсного источника

Можно сразу назвать некоторые причины отклонения от пуассоновского закона:

1) конверсионная эффективность по объему сцинтиллятора неоднородна;

света

2) сбор света на фотокатод от разных точек сцинтиллятора разный.

Из этого примера видно, что наиболее правильный путь — производить измерения энергетического разрешения ФЭУ с помощью светового генератора.

#### 6.5.7. Форма импульса напряжения на выходе ФЭУ

ФЭУ — это генератор тока. С выхода ФЭУ форма тока повторяет форму светового сигнала (см. рис. 6.10):

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

На выходе ФЭУ стоит *RC*-цепочка (рис. 6.34). Следует отметить, что *C* – это «паразитная» емкость, образованная емкостью с выхода анода ФЭУ, емкостью монтажа и входной емкостью следующего каскада электроники. На рис. 6.35 приведена эквивалентная схема выхода ФЭУ.



Рис. 6.34. Выход фотоумножителя



 $Puc.\ 6.35.$ Эквивалентная схема выхода фотоумножителя

Нетрудно получить закон изменения напряжения на выходе рассмотренной цепочки в зависимости от времени:

$$U(t) = \frac{I_0 R}{1 - \frac{RC}{\tau}} \left( e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{RC}} \right) .$$
(6.3)

Проанализируем эту зависимость. Рассмотрим два случая.

1. Постоянная времени RC-цепочки много меньше, чем время высвечивания сцинтил-I(t)лятора —  $RC \ll \tau$ :

• сначала рассмотрим время  $t \ll RC$ :

$$U(t) \approx I_0 R \left( 1 - \frac{t}{\tau} - 1 + \frac{t}{RC} \right) \approx I_0 R \frac{t}{RC}.$$

В этой области по закону  $\frac{t}{RC}$  идет рост до тех пор, пока время t меньше RC. Это означает, что идеально крутой фронт тока превратился в импульс напряжения, у которого

$$t_{\rm фронта} \approx RC;$$

•  $t \gg \tau$ . Получается

$$U(t) \approx I_0 R e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Здесь хорошо передается форма светового сигнала (рис. 6.36).

Такой режим используется в тех случаях, когда становится важной временная картина светового импульса. Например, при распаде

$$\pi \to \mu + \nu$$

необходимо, чтобы время высвечивания сцинтиллятора было меньше, чем время распада пиона (рис. 6.37).

2.  $RC \gg \tau$ :

• сначала также рассмотрим время  $t \ll \tau$ :

$$U(t) \approx \frac{I_0 R}{-RC/\tau} \left( 1 - \frac{t}{\tau} - 1 + \frac{t}{RC} \right) \approx \frac{I_0 \tau}{C} \frac{t}{\tau} \,. \label{eq:Utility}$$

Опять имеется участок линейного роста, но теперь по закону  $\frac{t}{\tau}$ ; • t > RC:

$$U(t) \approx \frac{I_0 \tau}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$$
.

Длинный «хвост» после окончания светового импульса связан с разрядом емкости C



Puc.~6.36.Форма импульса напряжения с<br/>  $\Phi \Im {\rm Y}$ при $RC \ll \tau$ 



*Рис. 6.37*. Форма импульса с ФЭУ при распаде π-мезона

(рис. 6.38). Этот режим наиболее привлекателен для случаев, когда нужно получить хорошее амплитудное разрешение.





Puc.6.38. Форма импульса напряжения с<br/> ФЭУ при $RC\gg \tau$ 

*Рис. 6.39.* К выбору оптимальной *RC*-це-почки

## 6.5.8. Выбор оптимальной RC-цепочки

Рассмотрим случай измерения амплитуды импульса с помощью пикового прибора, который измеряет амплитуду сигнала (АЦП). Ранее было получено (6.2), что амплитудное разрешение ФЭУ  $\delta_{\Phi ЭУ} \sim \frac{1}{\sqrt{n_{\Phi \exists}}}$ . Мы выбираем какую-то *RC*цепочку, скажем, чтобы вершина импульса находилась в таком положении, как на рис. 6.39, где изображены форма импульса напряжения на выходе ФЭУ и форма тока, определяемая сцинтиллятором на входе ФЭУ. В данном случае в момент достижения пика еще не все фотоэлектроны успели образоваться. Чтобы получить хорошее амплитудное разрешение, необходимо сделать *RC*-цепочку с постоянной времени много больше  $\tau$ :

$$RC \gg \tau$$
.

С другой стороны, при большой постоянной времени сам импульс будет очень длинным, а это означает, что произойдет накладка одного сигнала на другой. Появляется ограничение на частоту повторения импульсов. Учитывая экспоненциальный спад интенсивности световой вспышки, получаем, что при  $RC = \tau$  соберется 68% фотоэлектронов, при  $RC = 2\tau$  их будет 90%. Поэтому обычно используется

$$RC_{\text{опт}} = (2 \dots 5) \tau$$
 .

Задача

Задача 6.5.1. Вывести формулу (6.3).

## § 6.6. ВРЕМЕННО́Е РАЗРЕШЕНИЕ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО СЧЕТЧИКА

#### 6.6.1. Определение

Рассмотрим следующую схему. В какой-то момент времени через сцинтиллятор пролетает частица. Сигнал на выходе ФЭУ появится через некоторый интервал времени t. Распределение событий по времени (рис. 6.40) характеризуется средним значением времени  $\bar{t}$  и среднеквадратичным отклонением  $\sigma$ . Величина  $\sigma$  называется *временны́м разрешением сцинтилляционного счет*чика.



Рассмотрим основные эффекты, определяющие временно́е разрешение сцинтилляционного счетчика. Сцинтилляционный счетчик состоит из сцинтиллятора, световода, фотоэлектронного

*Рис. 6.40.* К определению временно́го разрешения сцинтилляционного счетчика

умножителя и дискриминатора. Каждый из этих элементов вносит вклад во временное разрешение счетчика. Рассмотрим эти эффекты.

#### 6.6.2. Время высвечивания сцинтиллятора

После пролета частицы распределение по времени сцинтилляционного света и, соответственно, фотоэлектронов происходит по закону  $e^{-\frac{t}{\tau}}$ , где  $\tau$  — время высвечивания сцинтиллятора. На рис. 6.41 представлен закон изменения числа



b.41 представлен закон изменения числа фотоэлектронов со временем. В нижней части рисунка дана условная картина появления фотоэлектронов во времени. Каждый фотоэлектрон изображен в виде палочки. Отсюда ясно, что порог дискриминатора необходимо делать достаточно низким, когда временной интервал между появлением фотоэлектронов маленький. Интеграл числа фотоэлектронов за время *t* равен

*Puc. 6.41.* Временна́я картина фотоэлектронов

$$n_t = n \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \,,$$

где n — полное число фотоэлектронов (см. рис. 6.42).




$$n_{tq} = q = n \left( 1 - e^{-\frac{t_q}{\tau}} \right) ,$$
$$\frac{q}{n} = 1 - e^{-\frac{t_q}{\tau}} ,$$
$$e^{-\frac{t_q}{\tau}} = 1 - \frac{q}{n} .$$

*Рис. 6.42.* Число фотоэлектронов в зависимости от времени Прологарифмируем последнее выражение:

$$-\frac{t_q}{\tau} = \ln\left(1 - \frac{q}{n}\right).$$

Учтем, что  $\frac{q}{n} \ll 1$ , и произведем разложение в ряд по малому параметру:

$$\ln\left(1-\frac{q}{n}\right) = -\frac{q}{n} + \frac{1}{2}\left(\frac{q}{n}\right)^2 + \cdots$$

Получим

$$-\frac{t_q}{\tau} \approx -\frac{q}{n}$$

откуда найдем среднее время появления *q*-го фотоэлектрона:

$$\overline{t_q} = \frac{q}{n}\tau.$$

В третьей части книги будет показано (раздел 13.1), что относительная флуктуация времени  $t_q$  равна

$$\frac{\sigma_t}{\bar{t}} = 1 \,.$$

Отсюда видно, что минимальное значение  $\sigma_{t_q}$  достигается при q = 1:

$$\left(\sigma_{t_q}\right)_{\min} = \sigma_1 = \overline{t}_1 = \frac{\tau}{n} \,.$$

Подчеркнем, что наилучшее разрешение получается при пороге дискриминатора на уровне одного фотоэлектрона, его значение равно  $\frac{\tau}{n}$ . Отметим, что это разрешение зависит не только от времени высвечивания сцинтиллятора, но и от полного числа фотоэлектронов, которое определяется потерей энергии частиц в сцинтилляторе, конверсионной эффективностью сцинтиллятора и квантовой эффективностью фотокатода.

Сравним количественно медленные и быстрые сцинтилляторы. Число фотоэлектронов зависит от энергии, потраченной на возбуждение в сцинтилляторе. Возьмем

Временные параметры сцинтилляторов							
Сцинтиллятор	$C_{\mu c}, \frac{\Im B}{\varphi}$	$\tau, c$	$ ho, rac{\Gamma}{{ m cm}^2}$	п, фэ	$\sigma_1,c$		
Пластический	200	$2\cdot 10^{-9}$	1	$10^{2}$	$2\cdot 10^{-11}$		
NaI(Tl)	35	$2\cdot 10^{-7}$	4	$6\cdot 10^2$	$30\cdot 10^{-11}$		

в качестве этой энергии  $E_{\text{ион}} = 0.1 \text{ МэВ}$ . Рассмотрим два сцинтиллятора (табл. 6.3). Среднюю квантовую эффективность фотокатода возьмем равную  $\bar{\epsilon} = 0.2$ . Видно, что при различии времени высвечивания в 100 раз разрешающее время различается всего в 15 раз. За счет большого числа фотоэлектронов можно улучшать временно́е разрешение. Кроме того, мы взяли энергию ионизации одинаковую, хотя все зависит от условий эксперимента: плотности сцинтилляторов различаются в разы, а значит, и энергия на ионизацию (при одинаковых размерах) будет разной.

# 6.6.3. Время сбора света

Этот эффект является определяющим в счетчиках с длинными пластическими сцинтилляторами (рис. 6.43), в которых свет собирается в условиях полного внутреннего отражения. Угол полного внутреннего отражения (ПВО) находится из условия

$$\sin \alpha_{\Pi BO} = \frac{1}{n} \,. \tag{6.4}$$

Для оргстекла n = 1.5, тогда  $\alpha_{\Pi BO} = 42^{\circ}$ . Поэтому, если свет падает на поверхность под углом больше  $42^{\circ}$ , то свет отражается и в основном распространяется внутри, а если меньше — свет преломляется и основная часть его выходит наружу. Рассмотрим короткую сцинтилляционную вспышку и проследим за той частью света, которая попадает в условия полного внутреннего отражения. Максимальная длина распространения света получается при угле, равном углу полного внутреннего отражения. Сделаем оценку для этой длины. Скорость света в сцинтилляторе получается в n раз меньше, поэтому при размере пластины 1 м и  $\alpha_{\Pi BO} = 45^{\circ}$ , максимальная длина, проходимая светом, составит 1.4 м, а затрачиваемое на это время — 7 нс (разница времени прихода прямого света и идущего под углом полного внутреннего отражения — 2 нс). Рассмотрим более подробно временну́ю картину прихода света на фотокатод.



*Рис. 6.43.* Распространение света в световоде

В сцинтилляторе свет испускается изотропно. Часть этого изотропного света попадает в условия полного внутреннего отражения. Поэтому можно записать

Таблица 6.3

интенсивность света

$$dI \sim d\Omega = 2\pi \sin \Theta d\Theta = -2\pi d(\cos \Theta),$$

где  $\Omega$  — телесный угол. Запишем (рис. 6.44)

$$\cos\Theta = \frac{T}{T+t^*}\,.$$

Здесь  $t^*$  — разница времени прихода прямого света и света, идущего под углом  $\Theta$ . Время от момента пролета частицы до прихода фотона, испущенного под углом, меньше угла  $\Theta$ , равно

 $t = T + t^*.$ 

*Рис. 6.44.* К учету конечного времени сбора света

Тогда интенсивность будет

$$dI \sim -2\pi d\cos\Theta = -2\pi d\left(\frac{T}{T+t^*}\right) = 2\pi \frac{T}{\left(T+t^*\right)^2} dt^*.$$

Здесь T получается фиксированным, а  $t^*$  меняется в зависимости от угла.

Можно интенсивность выразить в числе фотоэлектронов:

$$\frac{dn}{d\Omega} = \frac{n}{4\pi},$$
$$dn = \frac{n}{4\pi} \left(-2\pi d\cos\Theta\right) = \frac{n}{2} \left(-d\cos\Theta\right) = \frac{n}{2} \frac{T}{\left(T+t^*\right)^2} dt^*,$$

где *n* — полное число фотоэлектронов в случае 100 %-го светосбора на фотокатод.

Рассмотрим картину прихода фотонов на фотокатод в зависимости от времени (рис. 6.45). Запишем число фотоэлектронов к некоторому моменту времени  $t_q$ :



 $n_{t_q} = \int_{0}^{t_q} \frac{n}{2} \frac{T}{(T+t^*)^2} dt^* = \frac{n}{2} T \left[ \frac{-1}{T+t^*} \right]_{t^*=0}^{t^*=t_q} =$  $= \frac{n}{2} T \left[ -\frac{1}{T+t_q} + \frac{1}{T} \right] = \frac{n}{2} \frac{t_q}{T+t_q}.$ Рассмотрим случай низкого порога

Рассмотрим случай низкого порога дискриминатора, т. е.  $\frac{t_q}{T} \ll 1$ . Тогда

$$\begin{split} n_{tq} &= \frac{n}{2} \frac{t_q}{T} \,, \\ t_q &= \frac{T}{n/2} n_{tq} = \frac{T}{n/2} q \,, \\ \sigma_{tq} &= \overline{t}_q = \frac{q}{n} 2T \,. \end{split}$$





Минимальное значение  $\sigma_{t_q}$  получается при q = 1:

$$\left(\sigma_{t_q}\right)_{\min} = \left(\bar{t}_q\right)_{\min} = \frac{2T}{n}$$

Таким образом, мы получили временно́е разрешение, связанное со временем высвечивания сцинтиллятора  $\sigma_{\rm BP. \ BLCB} = \frac{\tau}{n}$  и связанное со сбором света  $\sigma_{\rm cf. \ cB} = \frac{2T}{n}$ .

Если световод имеет большую длину (время  $2T \gg \tau$ ), то может оказаться, что время высвечивания не играет роли и все определяется сбором света. Если же вклад этих эффектов сравним, то для точного расчета необходимо сделать свертку двух этих эффектов. Оценку в этом случае можно провести следующим образом:

$$\sigma \approx \sqrt{\sigma_{\rm Bp.\,BLCB}^2 + \sigma_{\rm cf.\,cb}^2} = \sqrt{\left(\frac{\tau}{n}\right)^2 + \left(\frac{2T}{n}\right)^2}.$$

Заметим, что здесь n — полное число фотоэлектронов в случае 100 %-го светосбора на фотокатод. В реальности сцинтилляционные вспышки — не мгновенные, поэтому для точного расчета необходимо использовать свертку двух эффектов.

#### 6.6.4. ФЭУ. Основные эффекты

Фотоэлектронные умножители — довольно сложные электровакуумные приборы, состоящие из нескольких элементов, каждый из которых вносит вклад во временное разрешение. Рассмотрим качественно картину прохождения сигнала в этих элементах.

#### Катодная камера

Разброс времени пролета фотоэлектрона до первого динода обусловлен неизохронностью траекторий от разных точек фотокатода. Эта разница во времени пролета особенно велика для ФЭУ с большим диаметром фотокатода. Иногда входное стекло делают в виде линзы, чтобы траектории были более изохронными.

#### Динодная система

Разброс времени пролета через динодную систему обусловлен тем, что в процессе вторичной эмиссии электроны вылетают из разных точек динода и под разными углами. В результате чего траектории вторичных электронов являются неизохронными.

Проблема уменьшения разброса времени пролета через динодную систему решается многие годы. На этом пути были сделаны многие достижения. Одно из направлений заключается в том, чтобы увеличить скорость пролета электронов от динода к диноду. Для этой задачи иногда применялись специальные сетки, расположенные около динодов, пролетая которые, электроны сразу приобретали большую скорость. Другое принципиально важное решение — максимально уменьшить расстояние между динодами. К такому типу относятся микросеточные фотоумножители (см. подраздел 6.4.2). Рекордно малого разброса времени пролета в последние годы удалось достигнуть в фотоумножителях на основе микроканальных пластинок (см. подраздел 6.4.2).

# Анодная камера

Рассмотрим основные эффекты в анодной камере. Вывод сигнала с анода через колбу представляет собой некую индуктивность. Между анодом и динодом, а также между динодами есть



Рис. 6.47. Сигнал с ФЭУ



Если форма импульса существенна, то частично ситуацию можно исправить, поставив сопротивление  $R_{\rm d}$  (рис. 6.48). Это уменьшит добротность контура и, следовательно, подавит колебания.



*Puc. 6.48.* Индуктивные и емкостные связи в анодной камере



*Puc. 6.46.* Индуктивные и емкостные связи в анодной камере

*Рис. 6.49.* Анод с коаксиальным выводом

Радикальным решением этой проблемы являются специальные фотоумножители, у которых сигнал с анода выводится коаксиалом (рис. 6.49). Поэтому прямо в корпусе фотоумножителя их соединяют с помощью керамического конденсатора, который не портит вакуума. У таких ФЭУ форма импульса получается гладкой.

# ФЭУ. Разброс времени пролета

Измерение перечисленных эффектов и расчет их вклада — вместе представляют собой сложную, практически невыполнимую задачу. Однако для характеристики временного разрешения всего фотоумножителя экспериментально был найден очень хороший метод. Это измерение разброса времени пролета электронов в ФЭУ, когда



Рис. 6.50. Сигналы с ФЭУ

сигнал образуется одним фотоэлектроном. Эта величина и называется *разбросом времени пролета* (transit time spread, или на жаргоне — jitter).

Для описания этого метода рассмотрим следующую схему. На ФЭУ подается короткий световой сигнал, синхронизированный с электрическим импульсом. Сигнал с фотоумножителя подается на осциллограф (рис. 6.50). Запуск осциллографа осуществляется синхроимпульсом. Амплитуда светового сигнала подбирается таким образом, что фотоумножитель срабатывает от одного

фотоэлектрона. Дальше фиксируем время прихода импульса по положению его максимума, после этого строим распределение (рис. 6.51) и рассчитываем среднеквадратичные флуктуации ( $\sigma_1$ ). Оказывается, что, если фиксировать время прихода импульса в разных местах (в максимуме, на разных местах фронта), значение  $\sigma_1$  получается одинаковым. Если мы имеем значение  $\sigma_1$  и засвечиваем ФЭУ с  $n_{ф_3}$ , то для этого числа фотоэлектронов

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_{\Phi\,\mathfrak{P}}}}\,.$$



*Рис. 6.51.* Распределение по времени сигналов с ФЭУ

Таким образом, величина  $\sigma_1$  является основным параметром фотоумножителя с точки зрения временно́го разрешения. Для каждого типа фотоумножителей значение  $\sigma_1$  от экземпляра к экземпляру меняется очень мало. В табл. 6.4 приведены значения  $\sigma_1$  для некоторых типов фотоумножителей. Рекордным временны́м разрешением обладают ФЭУ на основе МКП, поскольку все размеры у него очень маленькие (порядка 1 мм).

Таблица 6.4

ФЭУ	$\sigma_1, \mathrm{Hc}$	$\tau_{\rm фронт}, {\rm hc}$	$\tau_{1/2}, \mathrm{Hc}$
ФЭУ-30 (с торовидными динодами)	2.3	2	4
56 DVP (Philips)	1.5	1.5	3
ХР 2062 (с коаксиальным выходом)	0.5	2.0	2.5
ХР 2020 (с коаксиальным выходом)	0.25	1.5	2
Микросеточные (fine mesh)	$<\!\!0.45$	$2.5 \dots 2.7$	5
ФЭУ с МКП	0.03	0.5	1.5

Временные характеристики некоторых типов ФЭУ

# 6.6.5. Дискриминаторы

Дискриминатор — это электронный прибор, который срабатывает на фронте входного импульса, когда сигнал достигает определенного уровня. Это значит, что если есть большой разброс амплитуды сигнала, то разброс времени срабатывания дискриминатора будет примерно равен фронту импульса. Из табл. 6.4 видно, что фронт импульса на выходе фотоумножителей составляет 0.5...2 нс. Проблема разброса времени срабатывания дискриминатора от амплитуды входного сигнала решается двумя методами.

# Измерение амплитуды сигнала

Сигнал со сцинтилляционного счетчика подается на дискриминатор и на аналого-цифровой преобразователь (АЦП), а сигнал с дискриминатора подается на времяцифровой преобразователь (ВЦП). Информация об амплитуде и времени срабатывания дискриминатора передается в компьютер, где производится коррекция на зависимость времени задержки срабатывания дискриминатора от амплитуды входного сигнала. Таким образом получают время прихода частицы в сцинтилляционных счетчиках.

# Дискриминаторы с привязкой к переднему фронту

Основным элементом этих дискриминаторов являются специальные диоды, которые срабатывают в момент перехода сигнала через нулевое значение (рис. 6.52). На основе этих диодов созданы дискриминаторы, у которых можно задавать уровень срабатывания на любом значении от амплитуды: на фронте на половине высоты, в максимуме и т. д. Такие дискриминаторы особенно важны в тех случаях, когда информация о точном значении времени пролета частицы через счетчик нужна для выработки сигнала триггера.

Точность измерения времени пролета частицы первым методом получается несколько выше, чем вторым.

# U Сигнал t U Диод t

*Puc. 6.52.* Иллюстрация работы диодов, срабатывающих в момент перехода сигнала через нулевое значение

#### 6.6.6. Времяпролетные системы

Сцинтилляционные счетчики широко используются во времяпролетных системах. Одна из первых задач, которая была решена с помощью такой системы, — проблема фона от космических частиц в экспериментах на встречных пучках. Рассмотрим эксперимент

$$e^+e^- \to \mu^+\mu^- \,. \tag{6.5}$$

Основным фоновым процессом в этом эксперименте являются космические мюоны. Эти события необходимо отделять друг от друга (рис. 6.53). Сигналы от эффекта появляются в сцинтилляционных счетчиках (Сц. сч.) одновременно, а сигналы откосмических частиц с одного счетчика приходят позже, чем с другого.





*Puc. 6.53.* Мюонные события и фон от космических частиц

Рис. 6.54. Принципиальная схема электроники времяпролетного эксперимента

Принципиальная схема электроники дана на рис. 6.54. На каждом сцинтилляционном счетчике сигналы снимаются с помощью фотоумножителей с обоих концов. Импульсы с фотоумножителей подаются на времяамплитудные преобразователи (ВАП), с которых снимается амплитуда, пропорциональная разности времен прихода сигналов «старт» и «стоп». Запишем соотношения между амплитудой и временем для случая пролета космической частицы:

$$A_1 \sim (t_3 + T) - t_1$$
,  $A_2 \sim (t_4 + T) - t_2$ ,  $A_{\Sigma} = \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{(t_3 + t_4) - (t_1 + t_2)}{2} + T$ .

Здесь T — время пролета частицы от счетчика до счетчика. Самое замечательное здесь то, что  $t_1 + t_2$  и  $t_3 + t_4$  — суммарное время пролета света через сцинтиллятор является константой, флуктуирующей только из-за временно́го разрешения.

Такой вариант времяпролетной техники был использован на детекторе ОЛЯ (рис. 6.55), работавшем на коллайдере ВЭПП-2М в 1975–1979 годах. Расстояние



Рис. 6.55. Детектор ОЛЯ (цветной рисунок см. на форзаце)



между сцинтилляционными счетчиками было 70 см, что соответствует времени пролета космической частицы 2 нс. Среднеквадратичная ошибка измерения этого времени составляла 0.3 нс. На рис. 6.56 приведено распределение по времени пролета для событий эффекта и космических частиц. Видно, что фон от космических частиц практически не дает вклада в область эффекта.

Времяпролетная техника на сцинтилляционных счетчиках широко используется для идентификации частиц в экспериментах на встречных пучках. С помощью дрейфовой камеры, расположенной в магнитном поле, измеряется импульс частиц, а с помощью вре-

*Puc. 6.56.* Амплитуда от времени во времяпролетной системе

мяпролетной техники измеряется их скорость. Эта информация дает возможность идентифицировать частицы. Такие системы были использованы на детекторах CLEO (США), BES (Китай), в настоящее время их применяют на детекторах Belle (Япония), КЕДР (Россия).

В качестве примера приведем более подробную информацию по времяпролетной системе детектора КЕДР. В баррельной части она содержит 32 счетчика длиной 1.6 м. Каждый счетчик просматривается двумя фотоумножителями с обоих концов. Расстояние от места встречи до счетчика 0.7 м. Полученное временное разрешение составляет 0.36 нс. Торцевая часть содержит по 32 счетчика на каждом торце. Каждый счетчик просматривается одним фотоумножителем. Полученное временное временное разрешение – 0.3 нс. Такое разрешение позволяет разделять пионы и каоны на уровне лучше, чем 2σ, до импульсов 0.6 ГэВ/*с*.

# Замечания

Время нарастания сцинтилляционного сигнала. Расчет, связанный с конечным временем высвечивания сцинтиллятора, делался в предположении о бесконечно крутом фронте сигнала. На самом деле это не так — у сцинтилляторов есть конечное время нарастания (рис. 6.57). К сожалению, у многих сцинтилляторов это



Рис. 6.57. Учет конечного времени нарастания сигнала

время не измерено — примерно оно составляет 0.1...0.9 нс. Когда все остальные эффекты меньше указанного, то обязательно надо его учитывать. Например, в счетчике, состоящем из маленького сцинтиллятора (такого, что время сбора света роли не играет) и ФЭУ на основе МКП (jitter данного ФЭУ — 30 пс). Эффект, связанный с конечным временем нарастания, может в несколько раз ухудшить временное разрешение.

**Черенковский радиатор.** Отметим, что самое лучшее временное разрешение получено с использованием черенковских радиаторов и фотоумножителей на основе микроканальных пластин. У черенковского радиатора фронт светового сигнала близок к нулю. Достигнуто временное разрешение 5 пс.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Калашникова В. И. Сцинтилляционные счетчики / В. И. Калашникова // Детекторы элементарных частиц / В. И. Калашникова, М. С. Козодаев. М. : Наука, 1966. С. 190–241.
- 2. Ритсон Д. Сцинтилляционные и черенковские счетчики / Д. Ритсон // Экспериментальные методы в физике высоких энергий : пер. с англ. М. : Наука, 1964. С. 283–358.
- 3. Берковский А.Г. Вакуумные фотоэлектронные приборы / А.Г. Берковский, В.А. Гаванин, И.Н. Зайдель. М. : Радио и связь, 1998. 272 с.
- 4. Crystal calorimeters / B. A. Shwartz [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 2002. Vol. A494. P. 288–297.
- 5. Photomultiplier tubes. Basics and Applications / ed. by: T. Hakamata [et al.]. Hamamatsu Photonics K. K., 2006. 324 p.
- 6. Wiza J. L. Microchannel plate detectors / J. L. Wiza // Nucl. Instr. Meth. 1979. Vol. A162,  $\mathbb{N}$  1–3. P. 587–601.
- 7. A 5-ps TOF-counter with an MCP-PMT / K. Inami [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 2006. Vol. A560. P. 303–308.
- Фельдман И. Г. Метод времени-пролета в экспериментах на встречных пучках / И. Г. Фельдман, В. И. Фоминых // Приборы и техника эксперимента. — 1973. — № 4. — С. 33–34.
- 9. Experiments with the MD-1 detector at the  $e^+e^-$  collider VEPP-4 in the energy region of Upsilon mesons / S. E. Baru [et al.] // Phys. Rept. 1996. Vol. 267. P. 71–159.
- 10. MCP-PMT timing property for single photons / M. Akatsu [et al.] // Nucl. Instrum. Meth.  $-\,2004.-$  Vol. A528.  $-\,$  P. 763–775.

# Глава 7

# ЧЕРЕНКОВСКИЕ ДЕТЕКТОРЫ

#### § 7.1. ОТКРЫТИЕ ЯВЛЕНИЯ

В 1934 году П. А. Черенков при исследовании флюоресценции жидкостей (рис. 7.1) натолкнулся на странное явление: чистая серная кислота под действием радиоактивного излучения испускала слабое бледно-голубое свечение. На протяжении последующих четырех лет П. А. Черенков, под руководством С. И. Вавилова, провел серию экспериментов и тщательно изучил все основные свойства обнаруженного им свечения: оно возникает у всех чистых жидкостей и прозрачных твердых тел, сильно поляризовано и имеет характер, отличный от поляризации люминесценции, и резко выраженную асимметрию — направлено вперед по движению частицы, не имеет времени высвечивания.

В 1937 году советские физики-теоретики И.Е. Тамм и И.М. Франк разработали теорию данного явления. В 1953 году с помощью черенковских счетчиков был открыт антипротон. В 1958 году П.А. Черенков, И.Е. Тамм и И.М. Франк были удостоены Нобелевской премии «За открытие и истолкование эффекта Черенкова».



Рис. 7.1. Схема эксперимента П. А. Черенкова: С — платиновый сосуд с исследуемой жидкостью; П — деревянная подставка;  $R_1$ ,  $R_2$  — пазы для размещения радиевых источников;  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  — линзы; Пр — призма; Д — диафрагма; К — оптический клин для измерения относительной яркости излучения;  $\Phi$  — светофильтр; Г — «призма Глана» для измерения поляризации излучения

#### § 7.2. ПРИРОДА ЯВЛЕНИЯ

Условие возникновения излучения — скорость частицы должна быть больше скорости света в среде ( $\upsilon > \frac{c}{n}$ ).

При прохождении заряженной частицы через вещество атомы этой среды поляризуются. При переходе атома в нормальное состояние происходит излучение.

Если скорость частицы  $\upsilon < \frac{c}{n}$ , то образуемые диполи симметрично располагаются относительно частицы (рис. 7.2),



*Puc. 7.2.* Поляризация среды при  $v < \frac{c}{n}$ 



поэтому производимое ими излучение компенсирует друг друга.

При  $\upsilon > \frac{c}{n}$  симметрия нарушается, и на далеком расстоянии от частицы система ведет себя подобно диполю (рис. 7.3), который исчезает при удалении частицы, что и приводит к излучению.

*Рис. 7.3.* Поляризация среды при  $\upsilon > \frac{c}{n}$ 

частицы:

# § 7.3. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

# 7.3.1. Черенковский угол. Дисперсия

Величину угла черенковского конуса легко понять из схемы излучения, представленной на рис. 7.4. За 1 с частица прошла расстояние  $\upsilon$ . Из каждой точки траектории частицы излучение распространяется сферически симметрично. Поэтому из первой точки излучение прошло расстояние  $\frac{c}{n}$ . От всех других точек излучение распространяется также сферически. В результате образуется фронт волны, который идет под определенным углом  $\Theta$  к направлению скорости частицы:

$$\cos\Theta = \frac{c}{n\upsilon} = \frac{1}{\beta n}$$

Из условия  $\cos \Theta \leq 1$  находится пороговое значение скорости

Рис. 7.4. Геометрическое определение черенковского угла



Puc. 7.5. Два конуса излучения (для

красного и синего света)

$$\beta_{\text{пор}} = \frac{1}{n}$$
.

Поскольку показатель преломления веществ зависит от длины волны (дисперсия)  $n = n(\lambda)$ , то и угол  $\Theta$  зависит от длины волны. На рис. 7.5 нарисовано два конуса: один из них соответствует синему излучению, другой — красному.

#### 7.3.2. Интенсивность излучения

Число черенковских фотонов определяется выражением

$$\frac{d^2 N}{dx \, d\lambda} = 2\pi\alpha z^2 \sin^2 \Theta(\lambda) \, \frac{1}{\lambda^2} \,, \tag{7.1}$$

где N—число фотонов; x—расстояние,  $\lambda$ —длина волны, z—заряд частицы и  $\alpha = \frac{1}{137}$ —постоянная тонкой структуры.



Пренебрегая дисперсией показателя преломления, определим число черенковских фотонов в видимом диапазоне длин волн 400 нм <  $\lambda$  < 700 нм:

$$\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} rac{d\lambda}{\lambda^2} = \left. -rac{1}{\lambda} 
ight|_{\lambda_1}^{\lambda_2} = rac{1}{\lambda_1} - rac{1}{\lambda_2} \, ,$$

где  $\lambda_1 = 400$  нм, а  $\lambda_2 = 700$  нм;

$$\frac{dN}{dx} = 2\pi\alpha z^2 \sin^2 \Theta \left[\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right] = 490z^2 \sin^2 \Theta \left[\frac{\Phi \text{отонов}}{\text{см}}\right]$$

В качестве радиатора возьмем обычное оргстекло сn=1.5. При <br/>  $\beta=1,\,z=1$ и  $\sin^2\Theta=1-1/\beta^2n^2$  получаем:

$$\frac{dN_{\text{чер}}}{dx} = 490 \left(1 - \frac{1}{1.5^2}\right) \simeq 270 \left[\frac{\text{фотонов}}{\text{см}}\right]$$

Сравним полученное число черенковских фотонов с числом фотонов от пластины сцинтиллятора толщиной 1 см, плотностью  $\rho = 1 \frac{\Gamma}{\text{см}^3}$ , конверсионной эффективностью  $W = 200 \frac{\Im B}{\text{фотон}}$ для релятивистской частицы, у которой потери энергии составляют  $\frac{dE}{dt} \approx 2 \frac{\text{М}\Im B}{\Gamma/\text{см}^2}$ . Число фотонов в этом случае будет равным

$$N_{\rm cu} = \frac{2 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^2} = 10^4 \,.$$

Отношение числа фотонов составит

$$\frac{N_{\rm чер}}{N_{\rm сц}} = \frac{1}{50} \,.$$

Таким образом, черенковский свет составляет всего 2% от сцинтилляционного.

Для расчета числа фотоэлектронов, образуемых черенковским светом, необходимо перемножить спектральную характеристику фотокатода  $\varepsilon_0 S(\lambda)$  и спектр черенковского излучения и проинтегрировать это произведение по  $\lambda$  (рис. 7.6). В результате мы получим

$$\frac{dN_{\rm dps}}{dx} = 2\pi\alpha z^2 \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) \varepsilon_0 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{S(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda = z^2 N_0 \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right),$$

где введен параметр  $N_0 = 2\pi \alpha \varepsilon_0 \int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{S(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda$ . В табл. 7.1 приведены значения  $N_0$  для

некоторых типов фотокатодов, а также для кремниевого фотоумножителя (SiPM), работающего в лавинном режиме. Соответствующие спектральные характеристики приведены на рис. 7.7.



*Puc. 7.6.* К оценке числа фотоэлектронов от черенковского излучения



*Рис.* 7.7. Спектральные характеристики некоторых фотокатодов и кремниевого фотоумножителя

Квантовая эффективность $arepsilon_0$ и коэффициент $N_0$						
Фотокатод	$\varepsilon_0,\%$	$N_0,  {\rm cm}^{-1}$				
Бищелочной с боросиликатным окном (Hamamatsu)	24	150				
Мультищелочной с боросиликатным окном (Hamamatsu)	19	104				
GaAs(Cs) (OAO «Катод»)	31	190				
КФЭУ (ЗАО ЦПТА)	42	165				

# 7.3.3. Поляризация

Наличие поляризации явилось критическим моментом в понимании того, что черенковское излучение — принципиально новое явление. Черенковское излучение линейно поляризовано, степень поляризации 100 %. Вектор электрического поля лежит в плоскости, в которой проходят вектор скорости частицы и волновой вектор излучения (рис. 7.8).

#### Задача

=

Задача 7.3.1. При  $\lambda \to 0$  в уравнении (7.1) интенсивность излучения стремится к  $\infty$ . Объяснить, какая физическая характеристика черенковского радиатора приводит к тому, что при  $\lambda \to 0$  число черенковских фотонов уменьшается и даже зануляется.



Таблипа 7.1



# § 7.4. ТИПЫ ЧЕРЕНКОВСКИХ ДЕТЕКТОРОВ

Существует большое количество разнообразных черенковских детекторов. По основным характеристикам их можно разделить на три класса:

- 1) пороговые счетчики;
- 2) дифференциальные счетчики;
- 3) детекторы черенковских колец (RICH).

# § 7.5. ПОРОГОВЫЕ СЧЕТЧИКИ

#### 7.5.1. Принцип работы

Основным принципом работы этих счетчиков является то, что счетчик срабатывает только в том случае, когда скорость частицы больше пороговой скорости:

$$\beta > \beta_{\operatorname{nop}} = \frac{1}{n}.$$

Приведем некоторые примеры пороговых черенковских счетчиков, которые использовались раньше или применяются теперь.

# 7.5.2. Водяные счетчики

В качестве примера рассмотрим наш эксперимент на ВЭПП-2 в 1970 году (рис. 7.9). В этом эксперименте были обнаружены многоадронные события, природа которых была тогда не понятна. Дальнейшие эксперименты и теория показали, что это было одно из первых наблюдений легких кварков. Идентификация частиц здесь сыграла существенную роль. Этот эксперимент ставился для такой задачи:

$$e^+e^- \longrightarrow \frac{\pi^+\pi^-}{K^+K^-}$$
.



*Рис. 7.9.* Детектор коллайдера ВЭПП-2 1970 года (цветной рисунок см. на форзаце)

В самом детекторе был набор проволочных искровых камер, определяющих координаты частиц. Картина выглядела следующим образом: это две коллинеарно летящие частицы, та и другая оставляла след.

Максимальная энергия в пучке была E == 700 МэВ, масса *K*-мезонов  $m_K = 500$  МэВ, а массы  $\pi$ -мезонов  $m_{\pi} = 140$  МэВ. В качестве радиатора была выбрана вода n = 1.33,  $\beta_{\rm kp} = 0.75$ . Нетрудно показать, что пороговая энергия *K*мезона для этого радиатора  $E_{\rm nop}(K) = 760$  МэВ, а для  $\pi$ -мезона  $E_{\rm nop}(\pi) = 210$  МэВ.

В реальности эти счетчики выглядели так, как показано на рис. 7.10. Были сделаны два счетчика размерами 400 × 400 × 70 мм. Стенки были покрашены белой отражающей краской с большим коэффициентом отражения. Черенковский свет отражался и собирался четырьмя ФЭУ.



*Рис. 7.10.* Пороговые черенковские счетчики на ВЭПП-2



*Рис. 7.11.* Эффективность регистрации частиц на ВЭШІ-2

Зависимость эффективности регистрации от энергии для  $\pi$ - и *К*-мезонов приведена на рис. 7.11. Для  $\pi$ -мезонов при энергии 700 МэВ эффективность составляла 99 %.

Важным вопросом для счетчиков является допороговая эффективность — эффективность при энергии ниже пороговой. На рис. 7.11 показана эффективность *K*-мезонов при энергии меньше 760 МэВ. Природа этой эффективности связана с образованием *K*-мезонами δ-электронов, скорость которых выше пороговой скорости в воде. При энергии *K*-мезонов 560 МэВ скорость δ-электронов меньше  $\beta_{\rm KD}$ .

Другими источниками допороговой эффективности являются черенковский свет из отражателя ( $n_{\rm orp} > n_{\rm cped}$ ), сцинтилляции в воде. При подготовке эксперимента было проверено, что эффективность регистрации за счет этих эффектов пренебрежимо мала.

Минимальное значение показателя преломления у твердых тел и жидкостей при комнатной температуре n = 1.28.

В том случае, когда для черенковских счетчиков нужен радиатор с меньшим показателем преломления, есть две возможности — использовать газ под давлением или аэрогель. Приведем примеры пороговых счетчиков с этими радиаторами.



Рис. 7.12. Детектор МД-1 (цветной рисунок см. на форзаце)

# 7.5.3. Газовые счетчики

Газовые радиаторы широко используются в черенковских счетчиках. Показатель преломления газа зависит от давления:

$$n = 1 + kp,$$

где p — давление газа, k — определяется свойствами газа.

В качестве примера рассмотрим газовые черенковские счетчики детектора МД-1 (рис. 7.12). Детектор МД-1 работал с 1980 по 1985 год на  $e^+e^-$ коллайдере ВЭПП-4. Максимальная энергия в пучке составляла  $E = 5 \Gamma$ эВ. Была проведена большая серия экспериментов по исследованию  $\Upsilon$ -мезонов и двухфотонных процессов.



*Рис. 7.13.* Газовый пороговый черенковский счетчик детектора МД-1

В счетчиках использовался радиатор с показателем преломления n = 1.02. Пороговые энергии пиона и каона:

$$E_{\text{пор}}(\pi) = 0.14 \cdot 5 = 0.7 \,\Gamma$$
 эB,  $E_{\text{пор}}(K) = 0.5 \cdot 5 = 2.5 \,\Gamma$  эB.

Оптимальным газом оказался этилен  $C_2H_4$  при давлении 25 атм. Такой счетчик изображен на рис. 7.13.

#### 7.5.4. Аэрогелевые счетчики

Поскольку все неоднородности имеют размеры гораздо меньше длины волны видимого света, такое вещество по оптическим параметрам ведет себя как однородная среда, а показатель преломления определяется его плотностью:

$$n^2 = 1 + \alpha \rho$$
,



Рис. 7.14. Структура аэрогеля

где  $\rho$  — плотность аэрогеля в  $\frac{\Gamma}{\mathrm{см}^3}$ ;  $\alpha = 0.438 \frac{\mathrm{сM}^3}{\mathrm{\Gamma}}$ .

К настоящему времени освоено производство аэрогелей с показателями преломления n = 1.006...1.07. Аэрогель с бо́льшими показателями преломления производится методом спекания. Таким образом получены аэрогели с n = 1.13.



Рис. 7.15. Длина поглощения света для аэрогелей с разными показателями преломления

В качестве примера использования аэрогелевых черенковских счетчиков можно привести две системы.

#### Детектор Belle (см. рис. 6.16)

Объем аэрогеля составляет 2000 л, показатель преломления варьируется от 1.01 до 1.03. Счетчики используются для разделения  $\pi$ - и *К*-мезонов в интервале импульсов от 1.2 до 3.5 ГэВ/c (n = 1.01).

Рассеяние света в аэрогеле происходит по закону Рэлея: вероятность рассеяния света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны света, соответственно длина рассеяния

$$L_{\rm pacc} \sim \lambda^4$$
.

При длине волны  $\lambda = 400$  нм  $L_{\text{pacc}} = 2...5$  см.

Наличие примесей в аэрогеле приводит к поглощению света. Зависимость длины поглощения света ( $L_{\text{погл}}$ ) от длины волны света для аэрогелей, производимых в Новосибирске, показана на рис. 7.15.

Переизлучатель

A–A

218

74

# **Детектор КЕДР** (см. рис. 6.14)

Объем аэрогеля 1000 л, показатель преломления 1.05. Счетчики разделяют  $\pi$ - и *К*-мезоны в диапазоне импульсов от 0.6 до 1.5 ГэВ/*c*. Вид баррельного счетчика показан на рис. 7.16.

#### § 7.6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЧЕТЧИКИ

Дифференциальные счетчики — это счетчики, которые дают сигнал для частиц в определенном интервале скоростей.

#### 7.6.1. Счетчики с малым телесным углом

Схема такого счетчика представлена на рис. 7.17. Свет на ФЭУ собирается с помощью зеркала. Диапазон скоростей можно регулировать с помощью давления газа.

Такие счетчики широко применяются для идентификации частиц в пучках вторичных частиц на ускорителях. Габариты по длине достигают нескольких метров.

*Рис.* 7.16. Баррельные черенковские счетчики детектора КЕДР

ФЭУ

1080

218

Аэрогель



*Puc. 7.17.* Схема счетчика с малым телесным углом

#### 7.6.2. Счетчик Фитча

Принцип работы счетчика показан на рис. 7.18. Для выхода света из радиатора необходимо, чтобы угол  $\alpha$  был меньше угла полного внутреннего отражения, который дается выражением



Граничное значение скорости:  $\sin \Theta < \frac{1}{n}; \qquad \sin^2 \Theta = 1 - \cos^2 \Theta = 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} < \frac{1}{n^2};$  $\frac{n^2 - 1}{n^2} < \frac{1}{n^2 \beta^2}; \qquad \beta^2 < \frac{1}{n^2 - 1}.$ 

 $\sin \alpha_{\text{пво}} = \frac{1}{n}$ .

*Рис. 7.18.* Схема счетчика Фитча

Итак, условие для счетчика Фитча имеет вид

$$\frac{1}{n} < \beta < \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

Для того чтобы выходил свет от частицы с  $\beta \approx 1$ , необходимо иметь показатель преломления  $n < \sqrt{2} \simeq 1.4$ . Поэтому можно использовать такие радиаторы, как H<sub>2</sub>O (n = 1.33) или NaF (n = 1.33). Если взять радиатор с n = 1.5 (оргстекло), то такой счетчик будет давать сигнал для скоростей  $0.75 < \beta < 0.89$ .

# § 7.7. ДЕТЕКТОРЫ ЧЕРЕНКОВСКИХ КОЛЕЦ (ДЧК)

ДЧК в англоязычной литературе называются RICH (Ring Image CHerenkov counter).

#### 7.7.1. Принцип работы

Это детектор, в котором измеряется скорость частиц в широком диапазоне — от порога черенковского излучения до скоростей, близких к скорости света. Принцип работы ДЧК показан на рис. 7.19.

Он состоит из радиатора и фотонного детектора (ФД). Принципиальным отличием здесь является то, что в ФД измеряются координаты



Puc. 7.19. Принцип работы ДЧК

черенковских фотонов. В ФД измеряется радиус кольца, по которому рассчитывается угол черенковского конуса, что дает возможность определить скорость частицы:

$$\beta = \frac{1}{n\cos\Theta} \,.$$

Точность определения скорости

$$\frac{\sigma_\beta}{\beta} = \tan\Theta\,\sigma_\Theta = \sigma_\Theta \tan\Theta\,,$$

где  $\sigma_{\Theta}$  — точность измерения черенковского угла:

$$\sigma_{\Theta} = rac{\sigma_{\Theta, \Phi^{\mathfrak{d}}}}{\sqrt{N_{\Phi^{\mathfrak{d}}}}} \oplus C \,.$$

Здесь  $\sigma_{\Theta, \phi_{\vartheta}}$  — точность измерения черенковского угла по одному фотоэлектрону;  $N_{\phi_{\vartheta}}$  — число фотоэлектронов в кольце от одной частицы; C — другие вклады, такие как ошибки в значении координаты пролета частицы, случайные совпадения от фона и шумов ФД.

Достоверность (число сигм) разделения частиц с массами  $m_1$  и  $m_2$  и импульсом p можно оценить по формуле

$$N_{\sigma} \approx \frac{|m_1^2 - m_2^2|}{2p^2 \sigma_{\Theta} \sqrt{n^2 - 1}} \,.$$

В качестве радиаторов используются: твердые радиаторы — кварц, NaF, LiF; жидкости — вода, фреоны; газы; аэрогели.

К фотонным детекторам предъявляются требования регистрации одиночных фотонов и измерения обеих координат. Используют следующие классы приборов:

- 1) фотоэлектронные умножители;
- 2) многоанодные фотоэлектронные умножители;
- 3) гибридные фотоумножители;
- 4) кремниевые фотоумножители;

5) пропорциональные камеры с добавками газов, у которых большое сечение фотоэффекта, или CsI-фотокатоды.

Основные эффекты, определяющие точность измерения скорости:

- 1) дисперсия радиатора;
- 2) координатная точность фотонного детектора;
- 3) толщина радиатора.

В качестве примера приведем некоторые ДЧК — их использовали в экспериментах или они разрабатываются в настоящее время.

#### 7.7.2. ДЧК детектора CLEO

Детектор CLEO в различных модификациях работал на  $e^+e^-$ -коллайдере CESR в Корнелльском университете в области энергий  $\psi$ - и  $\Upsilon$ -резонансов.

ДЧК был установлен на детектор CLEO-III в 2000 году. В качестве фотонного детектора в нем применялись газовые многопроволочные пропорциональные камеры, работавшие на смеси метана и ТЭА (триэтиламин) — добавки, чувствительной к свету в диапазоне длин волн  $\lambda = 135 \dots 165$  нм. В качестве радиатора использовались кристаллы фторида лития (LiF) с n = 1.50 на  $\lambda = 150$  нм. Из-за высокого показателя преломления черенковский свет от частиц с  $\beta = 1$ , проходящих почти перпендикулярно поверхности, не выходит из радиатора. Поэтому кристаллы в центральной части детектора имеют пилообразную форму поверхности. Чтобы увеличить прозрачность для ультрафиолетового излучения, входное окно ФД было сделано из кристалла CaF<sub>2</sub>, а объем между радиатором и ФД продувался азотом.

В центральной части детектора достигнуто разрешение по черенковскому углу для электронов — 12 мрад на один фотон при числе фотоэлектронов около 12. Разделение π- и *K*-мезонов составляет 3σ при импульсе 2.65 ГэВ/*c*.

# 7.7.3. DIRC

Работы по созданию DIRC (Detection of Internally Reflected Cherenkov light) начались в 1993 году для экспериментов с детектором BaBar (рис. 7.20) на Вфабрике в лаборатории SLAC (США). В 2008 году детектор BaBar завершил свою работу, сослужив неоценимую роль в точном измерении параметров СР-нарушения, а также в открытии и измерении множества редких процессов.

Основная цель системы DIRC заключается в разделении  $\pi$ - и *K*-мезонов в распадах В-мезонов с импульсами до  $4\Gamma$ эВ/*c*. Схема счетчика DIRC показана на рис. 7.21. Его особенность заключается в том, что используется изображение той



Puc. 7.20. Детектор BaBar (цветной рисунок см. на форзаце)



Puc. 7.21. Принцип работы детектора DIRC

части черенковского конуса, которая захватывается в угол полного внутреннего отражения радиатора. В качестве радиатора используются пластины синтетического кварцевого стекла (n = 1.47 на 400 нм). Так как  $n > \sqrt{2}$ , то часть черенковского света всегда захватывается в условия полного внутреннего отражения. Захваченный свет распространяется до конца пластины, где попадает в специальный объем, заполненный водой, и затем регистрируется массивом фотоумножителей. По положению ФЭУ, используя направление частицы, полученное дрейфовой камерой, можно восстановить черенковский угол фотонов. Среднее число регистрируемых фотонов от релятивистских частиц меняется от 20 до 60 в зависимости от направления прохождения частицы. Для релятивистских мюонов получено разрешение по черенковскому углу 2.5 мрад на частицу. Качество  $\pi/K$ -разделения составило 4 $\sigma$  при импульсе  $3\Gamma$ эВ/c и 2.5 $\sigma$  при импульсе  $4.1\Gamma$ эВ/c.

## 7.7.4. FARICH

Плотность аэрогеля меньше плотности кварца. Поэтому у аэрогеля относительная дисперсия меньше, чем у кварца (рис. 7.22). Кроме того, аэрогель обладает преимуществом перед кварцем и с точки зрения большей разности черенковских углов для разных частиц при одинаковом импульсе частицы.

Впервые ДЧК на основе аэрогеля был применен в детекторе HERMES в 1998 году. В настоящее время почти закончена работа над созданием аэрогелевых ДЧК для детекторов LHCb, AMS.



*Рис.* 7.22. Зависимость относительного показателя преломления кварца, фторида натрия и аэрогеля от длины волны

В 2004 году была предложена схема ДЧК на основе фокусирующего аэрогеля (Focusing Aerogel RICH). Это многослойный аэрогель. Показатели преломления и толщины слоев подобраны так, чтобы



*Puc. 7.23.* Принцип работы детектора ФАРИЧ

изображения черенковских колец от разных слоев совпадали в плоскости фотонного детектора (рис. 7.23). Таким образом уменьшается ошибка определения черенковского угла, связанная с толщиной радиатора. Возможно также использовать радиатор, дающий раздельные изображения колец и уменьшающий эту ошибку. Детектор, основанный на таком принципе, хорошо подходит для экспериментов на встречных пучках, где важна компактность детектора. В настоящее время FARICH предложен для будущих экспериментов на фабриках SuperKEKB в Японии, SuperB в Италии и для Супер-тау-чарм-фабрики в Новосибирске. FARICH позволяет получить высокое разрешение по скорости частицы, при этом толщина всего детектора в направлении пролета частицы может быть всего 15...20 см. Ошибка измерения скорости, полученная с помощью моделирования, составляет  $\frac{\sigma_{\beta}}{\beta} = 8 \cdot 10^{-4}$ . Это позволяет разделять  $\pi$ - и *K*-мезоны с импульсом до 6 ГэВ/*c* на уровне лучше, чем 3 $\sigma$ .

В заключение отметим, что ДЧК — это наиболее мощный метод идентификации частиц в экспериментах по исследованию свойств элементарных частиц. Данный метод используется в настоящее время и бурно развивается.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Джелли Дж. Черенковское излучение и его применения : пер. с англ. / Дж. Джелли. М. : Иностран. лит., 1960. 334 с.
- 2. Зрелов В. П. Излучение Вавилова—Черенкова и его применение в физике высоких энергий. В 2 т. / В. П. Зрелов. М. : Атомиздат, 1968.
- 3. Govorkov B. B. Cherenkov detectors in Cherenkov's laboratory / B. B. Govorkov // Nucl. Instrum. Meth.  $-\,2005.-$  Vol. A553.  $-\,P.$  9–17.
- 4. Photomultiplier tubes. Basics and Applications / ed. by: T. Hakamata [et al.]. Hamamatsu Photonics K. K., Hamamatsu City, Japan, 2006. 324 p.
- 5. Лавинные фотодиоды (mrs-apd) [Электронный ресурс] / Центр перспективных технологий и аппаратуры. Режим доступа : http://www.cpta-apd.ru/APD.html. Загл. с экрана.
- 6. Онучин А. П. Пороговый черенковский счетчик / А. П. Онучин, С. И. Середняков // Приборы и техника эксперимента. 1972. № 6. С. 57–58.
- Recent results on aerogel development for use in Cherenkov counters / A. F. Danilyuk [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 2002. Vol. A494. P. 491-494.
- 8. Meson summary tables / C. Amsler [et al.] // Phys. Lett. 2008. Vol. B667. P. 38-75.
- 9. Viehhauser G. CLEO III operation / G. Viehhauser // Nucl. Instrum. Meth. 2001. Vol. A462. P. 146–151.
- 10. The DIRC particle identification system for the BaBar experiment / I. Adam [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 2005. Vol. A538. P. 281-357.
- 11. Miyachi Y. The HERMES RICH aerogel radiator / Y. Miyachi // Nucl. Instrum. Meth. 2003. Vol. A502. P. 222–226.
- 12. Harnew N. Particle identification with the LHCb RICH system / N. Harnew // Nucl. Instrum. Meth.  $-\,2006.-$  Vol. A563.  $-\,$  P. 326–332.
- 13. Buenerd M. The RICH counter of the AMS experiment / M. Buenerd // Nucl. Instrum. Meth. $-\,2003.-$  Vol. A502.-P. 158–162.
- 14. RICH with multiple aerogel layers of different refractive index / S. Korparet [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 2005. Vol. A553. P. 64–69.
- Focusing aerogel RICH (FARICH) / A. Yu. Barnyakov [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 2005. – Vol. A553. – P. 70–75.

# Глава 8

# ИОНИЗАЦИОННЫЕ КАМЕРЫ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ КАМЕРЫ СЧЕТЧИК ГЕЙГЕРА—МЮЛЛЕРА

# § 8.1. ОБЩИЙ ПРИНЦИП РАБОТЫ

Ионизационные камеры, пропорциональные камеры и счетчики Гейгера—Мюллера объединяет то, что в них рабочим веществом служит газ. На рис. 8.1 представлена схема газонаполненного прибора. Газом заполняется пространство между электродами, на которые подается напряжение. Заряженная частица, проходя в газе, вызывает в нем ионизацию, а образующиеся электрон-ионные пары в электрическом поле разделяются и возникает ток. При малых полях



*Puc. 8.1.* Принцип действия ионизационной камеры

детектор работает в режиме ионизационной камеры, при поднятии напряжения переходит в пропорциональный режим, а при еще более высоких полях — либо в стримерный режим, либо в режим Гейгера—Мюллера (рис. 8.2).

#### § 8.2. СКОРОСТЬ ДРЕЙФА ИОНОВ И ЭЛЕКТРОНОВ

Картина движения электронов и ионов, образованных заряженной частицей, довольно сложна. Мы приведем некоторую качественную картину движения при наличии электрического поля. Образованные электроны и ионы в результате столкновения с атомами среды быстро приобретают скорость, сравнимую с тепловой скоростью атомов среды. Далее под действием электрического поля они приобретают дополнительную скорость. Скорость по направлению электрического поля называется дрейфовой. В общем виде скорость дрейфа



Puc. 8.2. Режимы работы газовых детекторов

является функцией отношения напряженности поля Е к давлению газа p:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{dp}} = f\left(\frac{E}{p}\right) \,, \tag{8.1}$$

Это важная зависимость. Дадим ей объяснение. Под действием электрического поля движение равномерно ускоренное. Для равноускоренного движения мы можем записать скорость, которую частица будет иметь в конце пробега между столкновениями:

$$v = \sqrt{2\lambda a}$$

где  $\lambda$  — длина свободного пробега. Поскольку длина свободного пробега зависит от давления как  $\lambda \propto \frac{1}{p}$ , а ускорение — от напряженности электрического поля как  $a \sim E$ , то приходим к функции (8.1). Значение длины свободного пробега также характеризуется и эффективным сечением рассеяния заряженной частицы на атомах газа:  $\lambda \propto \frac{1}{\sigma}$ . Это сечение сложным образом зависит от скорости электронов и ионов и от состава газовой среды. Обычно скорость дрейфа записывают в виде

$$v_{\mathrm{dp}} = k \, \frac{E}{p} \, ,$$

где k — подвижность, измеряемая в  $\frac{\mathrm{CM}^2 \cdot \mathrm{торp}}{\mathrm{B} \cdot \mathrm{c}}$ . В общем виде  $k = f\left(\frac{E}{p}\right)$ . Приведем некоторые данные о подвижности электронов и ионов. Ионы. Для ионов  $k \approx \mathrm{const}$  при  $\frac{E}{p} < 20 \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{cm} \cdot \mathrm{тоpp}}$ . В инертных газах  $k = \frac{1}{2}$ 

Ионы. Для ионов  $k \approx \text{const при } \frac{E}{p} < 20 \frac{B}{\text{см} \cdot \text{торp}}$ . В инертных газах  $k = 10^3 \dots 10^4 \frac{\text{см}^2 \cdot \text{торp}}{\text{B} \cdot \text{c}}$ , поэтому для отношения  $\frac{E}{p} = 1 \frac{B}{\text{см} \cdot \text{торp}}$  скорость дрейфа  $v_{\text{др}}(\text{ионов}) \approx 10^3 \dots 10^4 \frac{\text{см}}{\text{c}}$ . При  $\frac{E}{p} \gg 20 \frac{B}{\text{см} \cdot \text{торp}}$  подвижность  $k \approx \sqrt{\frac{E}{p}}$ . Электроны. Поскольку масса электрона очень мала по сравнению с массой

Электроны. Поскольку масса электрона очень мала по сравнению с массой иона, то ускорение электронов существенно больше, чем у ионов. В результате этого электроны даже в слабых полях приобретают скорость значительно выше тепловой скорости атомов газовой смеси. При  $\frac{E}{p} < 0.05 \frac{B}{\text{см} \cdot \text{торр}}$  подвижность k = const; при бо́льших  $\frac{E}{p}$  зависимость сложная. Очень существенное влияние на скорость электронов в инертных газах оказывают добавки многоатомных газов.

Это связано с так называемым эффектом Рамзауэра, суть которого заключается в следующем.

На рис. 8.3 показана зависимость сечений упругого рассеяния электронов от их энергии на атомах аргона. Видно, что эффективное сечение (обратно пропорциональное λ) медленных электронов меняется почти на два порядка. На рис. 8.4 даны кривые скорости дрейфа электронов в аргоне с добавками метана разных концентраций. Видно, что даже небольшие добавки увеличивают скорость дрейфа на порядок. Причина состоит в следующем. Если у нас чистый аргон, то энергия электрона может достигать величин порядка 10 эВ; при этих энергиях длина свободного пробега на два порядка меньше, чем при энергии 0.3 эВ. Столкновение электронов с молекулами многоатомных газов приводит к неупругим рассеяниям.





*Рис. 8.3.* Сечение рассеяния электрона в зависимости от его энергии в аргоне

*Рис. 8.4.* Скорость дрейфа электронов в разных смесях аргона с метаном

В результате энергия электронов становится меньше и, соответственно, длина свободного пробега в аргоне становится больше. Это и приводит к существенному увеличению скорости дрейфа электронов, которая при отношении  $\frac{E}{p} = 1 \frac{B}{c_{M} \cdot ropp}$  достигает значений  $v_{\rm дp}(e^{-}) = 10^{6} \dots 10^{7} \frac{c_{M}}{c}$ .

# § 8.3. РЕКОМБИНАЦИЯ

Существует два механизма рекомбинации электронов и ионов.

# Прямая рекомбинация электронов и ионов

Концентрация положительных ионов за счет рекомбинации с электронами изменяется со временем как

$$\frac{dn_+}{dt} = -\alpha_{\scriptscriptstyle \Im \Pi} \, n_+ \, n_-^{\scriptscriptstyle \Im \Pi} \,,$$

где  $\alpha_{\mathfrak{I}\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$  — коэффициент рекомбинации с электронами;  $n_+$  — концентрация ионов;  $n_-^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$  — концентрация электронов. Значение  $\alpha_{\mathfrak{I}\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$  может достигать  $10^{-7} \dots 10^{-10} \frac{\mathrm{CM}^3}{\mathrm{C}}$ .

# Рекомбинация за счет процесса образования электроотрицательных ионов

Электроны при столкновении с нейтральными атомами или молекулами могут к ним «прилипнуть», образуя отрицательный ион. В табл. 8.1 даны значения вероятности захвата электронов *h* для некоторых газов. Если образовались электроотрицательные ионы, то положительные ионы рекомбинируют с электроотрицательными. Коэффициент рекомбинации для ионов превышает коэффициент для электронов примерно в 10<sup>4</sup> раз, т. е.  $\alpha_{ион} \approx 10^{-6} \frac{\text{см}^3}{\text{с}}$ . Отсюда ясно, что в газах, где велика вероятность образования электроотрицательных ионов, рекомбинация в основном идет через ионный механизм. Отсюда также ясно, почему в газовых детекторах используются инертные газы. При этом необходимо иметь достаточно высокую чистоту газов и хорошо очищать поверхности детекторов от электроотрицательных загрязнений.

# § 8.4. ИНТЕГРИРУЮЩИЕ ИОНИЗАЦИОННЫЕ КАМЕРЫ

Ионизационная камера — простейший газовый детектор (рис. 8.5). Он может быть выполнен в виде плоского или цилиндрического конденсатора. Величина прикладываемого напряжения подбирается так, чтобы образованные в камере при пролете заряженной частицы свободные заряды, не успев рекомбинировать, достигали электродов. Ионизационные камеры бывают интегрирующие и импульсные. В интегрирующих камерах измеряется ток, пропорциональный среднему энерговыделению.



*Puc. 8.5.* Токи утечки в интегрирующей ионизационной камере

#### 8.4.1. Ток от космических частиц

Для примера рассмотрим интегрирующую ионизационную камеру для измерения потока космических частиц. Поток космических частиц составляет  $n \approx 21 \frac{\text{частица}}{\text{см}^2 \cdot \text{мин}}$ . Пусть имеется камера (рис. 8.5) с рабочим объемом  $30 \times 30 \times 1 \text{ см}$ , наполненным аргоном при атмосферном давлении. Какой ток J будет протекать в цепи такого детектора?

Ионизационные потери релятивистской частицы  $E_{\text{ион}} \approx 2 \frac{\text{МэВ}}{\Gamma/\text{см}^2}$ . Энергия, затрачиваемая на образование одной электрон-ионной пары,  $W_i \approx 30$  эВ. Плотность аргона:

$$\rho = \frac{A}{22.4 \frac{\pi}{MOJL}} = 1.8 \cdot 10^{-3} \frac{\Gamma}{\text{cM}^3} \cdot \frac{1}{10^{-3}} \frac{1}{10^{-3}} \frac{\Gamma}{10^{-3}} \frac{1}{10^{-3}} \frac{\Gamma}{10^{-3}} \frac{1}{10^{-3}} \frac{\Gamma}{10^{-3}} \frac{\Gamma}{10^{-3}$$

Таблица 8.1

Толщина  $t = \rho d = 1.8 \cdot 10^{-3} \, \text{г/см}^2$ . За 1 с через детектор пролетает  $N \approx 17$  частиц, каждая из которых образует  $N_{ei} = 120$  электрон-ионных пар. Тогда ток

$$J = e \cdot N_{ei} \cdot N \approx 3 \cdot 10^{-16} \,\mathrm{A}\,. \tag{8.2}$$

# 8.4.2. Токи утечки. Охранное кольцо

С высоковольтного электрода протекают токи утечки на собирающий электрод. Происходит это по поверхности и объему изолятора (рис. 8.5). Для борьбы с токами утечки вводят специальный электрод — охранное кольцо (рис. 8.6). Охранное кольцо заземлено, поэтому ток утечки в цепь измерения не проходит.

Охранное кольцо также помогает сделать рабочий объем с однородным электрическим полем. Дело в том, что на краю камеры электрическое поле неоднородно и становится слабее (рис. 8.7), сбор электронов и ионов в этой области падает. В результате трудно рассчитать, какой объем газа реально работает. Охранное кольцо устанавливается далеко от края камеры, где электрическое поле однородно.



*Puc. 8.6.* Интегрирующая ионизационная камера с охранным кольцом



*Puc. 8.7.* Картина поля в ионизационной камере

#### 8.4.3. Методы измерения малых токов

Для измерения слабых токов используются электроскопы и электрометрические усилители.

Электроскоп. Электроскопы хорошо известны со школьных времен. Принцип действия электроскопа используется в некоторых видах дозиметров. Промышленность выпускает электроскопы, позволяющие измерять заряд с высокой точностью.

Электрометрический усилитель. Эти усилители имеют большое входное сопротивление  $R \approx 10^{13}$  Ом. Поэтому малый ток  $J \sim 10^{-16}$  A (уравнение (8.2)) создает на нем падение напряжения порядка 1 мВ. Такие напряжения уже легко измеряются с высокой точностью. Основа электрометрических усилителей — специальные электрометрические лампы либо (в современных усилителях) полевые транзисторы.

Важной особенностью использования электрометрических усилителей является решение проблем постоянной времени интегрирующей цепочки. Рассмотрим ионизационную камеру емкостью  $C = 100 \, \mathrm{n}\Phi$ , подключенную к усилителю с входным сопротивлением  $R \approx 10^{13}$  Ом. Постоянная времени такой цепочки  $\tau = 10^{13} \cdot 10^{-10} = 1000$  с. В электрометрических усилителях делается обратная связь с выхода на вход, которая позволяет существенно уменьшить время интегрирования сигнала.

#### 8.4.4. Область применения

Уникальными свойствами интегрирующих ионизационных камер являются абсолютное измерение дозы облучения и высокая стабильность во времени. Эти камеры широко применяются в дозиметрии, в том числе и в карманных дозиметрах, для измерения активности радиоизотопов, а также для измерения и контроля с высокой точностью интенсивности выведенных из ускорителей пучков заряженных частиц.

#### § 8.5. ИМПУЛЬСНЫЕ ИОНИЗАЦИОННЫЕ КАМЕРЫ

В импульсных ионизационных камерах регистрируются отдельные частицы и измеряется энергия, затраченная частицей на ионизацию газа.

#### 8.5.1. Картина тока и теорема Рамо-Шокли

откуда

Рассмотрим картину тока. На рис. 8.8 изображена схема камеры. Камера заряжена до напряжения U. Предположим, что заряженная частица образует электрон-ионную пару на расстоянии  $x_1$  от катода (эквипотенциаль  $U_1$ ). Эти заряды дрейфуют в электрическом поле в противоположных направлениях и разряжают конденсатор. Первоначально на конденсаторе был заряд Q = CU. Ток в цепи



Рис. 8.8. Импульсная иониза-

ционная камера

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \, \frac{dU}{dt}$$

Энергия, запасенная в конденсаторе,  $W = \frac{1}{2} C U^2$ . Изменение энергии конденсатора в единицу времени равно работе силы F = eE на пути, пройденном за единицу времени:

 $i = \frac{1}{U} e E v_{\mathrm{AP}}$  .

(8.3)

$$\frac{dW}{dt} = CU \frac{dU}{dt} = eEv_{\rm dp}$$



Таким образом, ток пропорционален скорости дрейфа. На рис. 8.9 показан ток в цепи, связанный с движением электронов и ионов. Поскольку скорость дрейфа электронов на три порядка больше, чем скорость дрейфа ионов, то в начальный момент ток, связанный с движением электронов, на три порядка больше тока от ионов. Но длительность тока от электронов примерно на три порядка меньше длительности тока от движения ионов, если электрон-ионная пара образовалась в середине камеры. В импульсных ионизационных камерах в основном работают на электронной

*Puc. 8.9.* Ток импульсной ионизационной камеры

компоненте тока, а ионную отсекают за счет дифференцирования. Работа на электронной компоненте позволяет вести эксперименты с загрузкой частиц на три порядка больше, чем в случае использования электронной и ионной компонент.

Найдем величину собранного заряда от движения электронов и ионов отдельно. На рис. 8.8 указано, что электрон-ионная пара образовалась в точке с координатой  $x_1$ , где эквипотенциаль равна  $U_1$ . Электрон проходит расстояние от  $x_1$  до  $x_0$ , где эквипотенциаль равна  $U_0$ , а ион проходит расстояние  $x_1$  до точки x = 0 с эквипотенциалью U = 0. Поскольку изменение заряда на обкладках камеры достаточно мало, то изменение напряжения на камере также мало и будем считать, что в (8.3)  $U = U_0$ . Найдем собранный заряд, связанный с движением электронов:

$$q_{-} = \int_{0}^{\tau_{-}} i \, dt = \int_{0}^{\tau_{-}} e \frac{E(x)}{U_{0}} \upsilon_{\mathrm{дp}} \, dt = \frac{e}{U_{0}} \int_{x_{1}}^{x_{0}} E(x) \frac{dx}{dt} \, dt = \frac{e}{U_{0}} \int_{x_{1}}^{x_{0}} E(x) \, dx \,, \qquad (8.4)$$

откуда

$$q_{-} = e \frac{U_0 - U_1}{U_0} \,. \tag{8.5}$$

Аналогично найдем заряд, связанный с движением положительного иона:

$$q_{+} = \frac{e^{+}}{U_{0}} \int_{x_{1}}^{0} E(x) dx = e \frac{U_{1}}{U_{0}},$$

тогда

$$q_{-} + q_{+} = e \,. \tag{8.6}$$

Сформулируем теорему Рамо-Шокли.

**Теорема 8.1** (Рамо—Шокли). Заряд, который собирается во внешней цепи от дрейфа электронов, пропорционален относительной разности потенциалов, которую прошел электрон. Этот заряд не зависит от напряжения, поданного на камеру, и определяется только геометрией камеры и местом, где электрон образовался. То же самое относится к ионной компоненте сигнала. Естественно, сумма зарядов электронной и ионной компонент равна полному заряду.

# 8.5.2. Камера с сеткой Фриша

На рис. 8.10 изображена импульсная ионизационная камера в эксперименте по измерению энергии α-частиц. Эти частицы вылетают под разными углами относительно вектора напряженности электрического поля. Мы работаем на электронной

компоненте тока, в результате чего получим амплитуду сигнала, разную для вылетающих под разными углами  $\alpha$ -частиц. Сделаем пояснение. На рис. 8.10 частица  $\alpha_1$  летит по направлению поля, и конец ее пробега находится на эквипотенциали  $U_1$ . Частица  $\alpha_2$  летит под углом к полю, а конец пробега лежит на эквипотенциали  $U_2$ . Это означает, что от одинаковой ионизации имеем



Рис. 8.11. Определение энергии α-частиц в импульсной ионизационной камере с сеткой Фриша



Рис. 8.10. Определение энергии  $\alpha$ -частиц в импульсной ионизационной камере

собранный заряд от  $\alpha_2$  существенно больший, чем от  $\alpha_1$ , хотя энергии  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  одинаковы. Чтобы сделать амплитуду сигнала от частиц независимой от их угла вылета, О. Р. Фриш предложил поставить в ионизационную камеру специальную сетку (рис. 8.11) на таком расстоянии от катода, при котором частицы не долетают до сетки, а сигнал снимается за счет движения электронов между сеткой и анодом. В результате этого амплитуда сигнала от частиц имеет одинаковую величину.

Заметим, что иногда используют информацию, полученную в камере без сетки Фриша, для определения угла вылета частицы, если известна ее энергия.

# § 8.6. ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ СЧЕТЧИКИ

#### 8.6.1. Принцип работы

На рис. 8.1 показана принципиальная схема пропорционального счетчика с основным элементом — металлической трубкой, по оси которой натянута проволочка. Пространство между ними заполнено рабочим газом. Принципиальным здесь является малый диаметр анодной проволочки. Как известно, напряженность



электрического поля в цилиндрическом конденсаторе зависит от радиуса как  $\frac{1}{r}$  (рис. 8.12). Поэтому вблизи анодной проволочки напряженность поля настолько высокая, что электроны на длине свободного пробега набирают энергию, достаточную для ионизации. Благодаря этому в пропорциональном счетчике получается газовое усиление.

#### 8.6.2. Коэффициент газового усиления

Теория газового усиления была разработана Д. С. Э. Таунсендом. Коэффициент газового усиления определяется двумя процессами.

**Ударная ионизация.** Запишем число электрон-ионных пар, образованных электроном на единице его длины *dx*:

*Puc. 8.12.* Напряженность электрического поля в цилиндрической камере

$$dn = \alpha \, n \, dx \,, \tag{8.7}$$

где n — число электронов;  $\alpha$  — коэффициент ударной ионизации (первый коэффициент Таунсенда). Коэффициент  $\alpha$  зависит от напряженности электрического поля, а поскольку напряженность зависит от координаты, то и  $\alpha$  зависит от координаты:  $\alpha = \alpha(E) = \alpha(x)$ . На рис. 8.13 представлена зависимость первого коэффициента Таунсенда от напряженности электрического поля. Проинтегрируем выражение (8.7) для расстояния движения электронов от  $x_1$  до  $x_2$ :

$$\int \frac{dn}{n} = \int_{x_1}^{x_2} \alpha(x) \, dx \,, \quad n = n_0 e^{x_1} \int_{x_1}^{x_2} \alpha(x) \, dx = n_0 e^{\overline{\alpha}L} \,,$$

где  $L = x_2 - x_1$ . Введем коэффициент усиления  $K_{\alpha}$ , связанный с ударной ионизацией:





*Рис. 8.13.* Первый коэффициент Таунсенда для некоторых газов

Рис. 8.14. Энергетическая зависимость сечения фотоионизации для некоторых газов

 $K_{\alpha} = e^{\overline{\alpha}L}$ .

Фотонный механизм. При ударной ионизации возникает много атомов в возбужденном состоянии. Это возбуждение снимается за счет испускания фотонов, образующих фотоэлектроны в газе и на поверхности катода. На рис. 8.14 представлена энергетическая зависимость сечения фотоионизации для некоторых газов. Процесс здесь происходит таким образом. Образовалось  $n_0$  первичных электронов, а за счет ударной ионизации это число увеличилось до  $n_0 K_{\alpha}$  — это электроны первого поколения. Число фотоэлектронов пропорционально числу электронов, и коэффициент пропорциональности  $\gamma$  называется вторым коэффициентом Таунсенда. Поэтому  $\gamma n_0 K_{\alpha}$  — вновь образованные электроны, а  $K_{\alpha}(\gamma n_0 K_{\alpha}) = (n_0 K_{\alpha})\gamma K_{\alpha}$  —



электроны второго поколения. В результате размножения каждого из этих электронов образуются электроны третьего поколения:  $(n_0 K_{\alpha}) (\gamma K_{\alpha})^2 - и$  т. д. Таким образом, за счет фотонного механизма получается режим, похожий на усилитель с положительной обратной связью (рис. 8.15). Поэтому можно записать полный коэффициент усиления:

*Puc.* 8.15. К определению полного коэффициента усиления пропорциональной камеры

$$K = \frac{K_{\alpha}}{1 - \gamma K_{\alpha}} \,. \tag{8.8}$$

При  $\gamma K_{\alpha} \rightarrow 1$  видно, что  $K \rightarrow \infty$ . Поэтому при больших значениях  $K_{\alpha}$  коэффициент усиления нестабилен — обычно работают при  $\gamma K_{\alpha} \leq 0.1$ . Это означает, что к камере предъявляются следующие требования: у газа вероятность фотонной ионизации должна быть малой, а поверхность катода сделана из материала с малой вероятностью образования фотоэлектронов. Обратим внимание, что, например, у алюминия вероятность образования фотоэлектронов достаточно высокая, у меди — существенно меньше, а у золота — еще меньше. Реальные коэффициенты усиления составляют  $10^4 \dots 10^6$ ; в некоторых газовых смесях — уже с нарушением пропорционального режима — они достигают  $10^7 \dots 10^8$ . Для усиления  $10^8$  используется газовая смесь, которая даже получила назва-

ние магического газа. В ней сильно подавлен фотонный механизм.

#### 8.6.3. Форма импульса тока

Здесь пригодится теорема Рамо—Шокли (уравнение (8.6)). Пусть через счетчик пролетела частица на некотором расстоянии от анодной проволочки. Рассмотрим картину процессов, происходящих в счетчике в зависимости от времени (рис. 8.16). Выделим характерные временны́е интервалы.

 $(0-t_1)$ -интервал. Это интервал времени, в течение которого электроны дрейфуют до той области поля, где уже начинается ударная ионизация.



*Puc. 8.16.* Форма импульса тока в пропорциональном счетчике

 $(t_1 - t_2)$ -интервал. В этот промежуток времени образуется лавина, и все электроны доходят до проволочки. Это короткий интервал, так как основная масса электронов образуется около проволочки. Поскольку электроны проходят малую разность потенциалов, то связанный с этим движением заряд мал.

 $(t_2 - t_3)$ -интервал. В течение этого времени лавина ионов движется от проволочки. Эти ионы проходят большую разность потенциалов, а значит, именно ими определяется заряд, собранный во внешней цепи. В начале этого интервала ток большой, так как ионы дрейфуют в поле с большой напряженностью. Дальше ток падает.

Время нарастания фронта  $t_{\rm фронта} \approx 10^{-8} \, {\rm c.}$  Лучшее временное разрешение, которое удается получить на пропорциональных счетчиках:  $\sigma_t = 10^{-8} \dots 10^{-9} \, {\rm c.}$ 

# 8.6.4. Амплитудное разрешение

Рассмотрим собственное амплитудное разрешение, когда так же, как и в сцинтилляционном счетчике, флуктуациями ионизационных потерь можно пренебречь. Для сцинтилляционного счетчика было получено  $\delta_{cq. cч} = 2.36 \sqrt{\frac{1}{n_{\Phi^9}} \frac{\sigma}{\sigma - 1}}$  (уравнение (6.2)). Для пропорционального счетчика можно проделать ту же процедуру и получить

$$\delta_{\rm проп.сч} = 2.36 \sqrt{\frac{1}{n_{\rm пар}}} P \,,$$

где  $n_{\text{пар}}$  — число электрон-ионных пар, а  $P \approx 2$  — величина, связанная с флуктуациями коэффициента усиления в пропорциональном счетчике. Для сравнения рассмотрим сцинтилляционный счетчик с кристаллом NaI(Tl), конверсионная эффективность которого 30  $\frac{\Im B}{\text{фотон}}$ , и фотоумножитель со средней квантовой эффективностью  $\bar{\epsilon} = 10\%$ . В этом случае на образование одного фотоэлектрона требуется энергия  $W = 300 \frac{\Im B}{\text{ф}\Im}$ . Для газа же  $W = 30 \frac{\Im B}{\text{пару}}$ . Поэтому энергетическое разрешение пропорционального счетчика примерно в 3 раза лучше, чем в сцинтилляционном счетчике с NaI(Tl).

#### § 8.7. МНОГОПРОВОЛОЧНЫЕ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ КАМЕРЫ

#### 8.7.1. Принцип работы

Многопроволочные пропорциональные камеры (МПК) — это слой пропорциональных счетчиков без стенок между ними (рис. 8.17). Информация снимается с каждой проволочки. Таким образом можно определить координаты частицы. Метод МПК предложил и начал активно развивать Ж. Шарпак в CERN в 1967 году. Основная изюминка его предложения заключалась в том, что в это время полупроводниковая электроника стала достаточно компактной и дешевой. Кроме того, в его работах было сразу показано, что стенки между анодными проволочками не требуются. Этот метод был настолько привлекателен, что в течение короткого времени МПК появились во многих лабораториях мира и начали активно применяться в реальных экспериментах. Так, в CERN был создан детектор Split Field Effect, где использовались около 60 тыс. анодных проволочек с электроникой; в ИЯФ — детектор МД-1, в котором основой регистрации частиц были МПК. В детекторе МД-1 использовались 16 тыс. каналов электроники, а камеры содержали 0.5 млн проволочек.



*Рис. 8.17.* Силовые линии поля и эквипотенциали в многопроволочной пропорциональной камере



*Рис. 8.18.* Поля соседних проволочек

В 1992 году Ж. Шарпаку была присуждена Нобелевская премия по физике «за открытие и создание детекторов частиц, в частности, многопроволочной пропорциональной камеры».

#### 8.7.2. Наводка на соседней проволочке

На рис. 8.18 показана картина, когда частица пролетает около проволочки 1, а на рис. 8.19 изображен ток проволочки 1 и соседней проволочки 2. Этот ток создается за счет движения ионов, образованных вблизи проволочки 1. Ионы движутся по силовым линиям, относящимся к проволочке 1. Ток на проволочке 1 все время отрицательный, поскольку ионы удаляются от нее. Ток на проволочке 2 сначала положительный, когда ионы приближаются к ней, а затем становится отрицательным, когда они начинают

удаляться. Обратим внимание, что между проволочками существует емкостная связь, поэтому происходит передача сигнала с проволочки 1 на проволочку 2. Этот сигнал, малый по амплитуде и короткий по времени (рис. 8.19), за счет правильного интегрирования в электронике не играет существенной роли.

#### 8.7.3. Проблемы натяжения проволочек

На рис. 8.20 показана типичная схема МПК. Она состоит из двух катодных плоскостей и одной анодной. Катодные плоскости делаются, как правило, из проволочек.



*Рис. 8.19.* Картина тока: 1 — основная проволочка, 2 — соседняя проволочка


*Рис. 8.20.* Типичная конструкция многопроволочной пропорциональной камеры



*Рис. 8.21.* Прогиб катодных проволочек в зависимости от напряжения на камере

реходят в состояние, изображенное на рис. 8.23. Поэтому для заданного рабочего напряжения на камере, определяемого коэффициентом усиления, проволочки нужно натягивать с достаточно большой силой.

ных проволочек. Рассмотрим кратко основные особенности натяжения. Катодные проволочки под действием электриче-

Важная проблема — натяжение катодных и анод-

ского поля притягиваются к анодной плоскости. Величина прогиба зависит от приложенного напряжения и натяжения проволочек, которое подбирается исходя из допустимого смещения  $x_0$  (рис. 8.21). Картина поведения анодных проволочек весьма специфична. При заданном натяжении есть критическое напряжение (рис. 8.22), выше которого проволочки находятся в состоянии неустойчивого равновесия и быстро пе-

Рис. 8.22. Смещение анод-

ных проволочек в МПК

Приведем пример типичной большой камеры. Зазор между катодом и анодом 5 мм. Анодные проволочки дли-



ной  $l_a = 1$  м натянуты с шагом  $\Delta_a = 2$  мм. Камера должна работать при напряжении до 4 кВ. Анодные проволочки требуется натянуть с силой 100 г. Эта задача решается использованием проволочки диаметром 30 мкм из вольфраморениевого сплава, которая остается в условиях упругих деформаций при натяжении до 150 г. Катодные проволочки имеют длину  $l_{\kappa} = 1$  м и шаг  $\Delta_{\kappa} = 1$  мм. При напряжении 4 кВ прогиб проволочек должен быть не больше 0.05 мм. Для этого проволочки должны быть натянуты с силой 300 г. Этому условию удовлетворяют проволочки из бериллиевой бронзы диаметром 100 мкм.

*Рис.* 8.23. Смещение анодных проволочек в зависимости от напряжения на камере

### 8.7.4. Пространственное разрешение

При срабатывании одной из проволочек можно сказать, что частица пролетела в области от  $-\Delta/2$  до  $\Delta/2$  (рис. 8.24), причем с равной вероятностью. Вероятность того, что частица пролетела в интервале dx:

$$dW = \frac{1}{\Delta} \, dx \, .$$

Среднеквадратичное отклонение:

$$\overline{x^2} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 dW = \frac{\Delta^2}{12}$$

 $\sigma = \sqrt{\overline{x^2}} = \frac{\Delta}{\sqrt{12}} \,.$ 

Откуда

 $-\frac{\Delta}{2} \qquad 0 \qquad \frac{\Delta}{2} \qquad x$ 

Это стандартное среднеквадратичное отклонение для метода «сработало — не сработало». *Рис. 8.24.* К определению пространственного разрешения МПК

Для шага  $\Delta = 2$  мм отклонение  $\sigma = 0.6$  мм. Основная причина того, почему нельзя сделать шаг анодных проволочек меньше 2 мм, связана с тем, что при уменьшении шага для сохранения того же коэффициента усиления требуется существенно увеличивать напряжение на камере. Это приводит к проблемам холодной эмиссии на катодной плоскости. Тем не менее для некоторых уникальных экспериментов делали МПК с шагом 1 мм. Для дальнейшего улучшения пространственного разрешения были разработаны индукционные пропорциональные и дрейфовые камеры.

# § 8.8. ИНДУКЦИОННЫЕ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ КАМЕРЫ

Другое название — камеры со съемом информации с катодной плоскости.

#### 8.8.1. Принцип работы

Индукционные камеры основаны на измерении заряда, наведенного на катодные плоскости. Этот заряд образуется на катодной плоскости в тот момент, когда лавины электронов доходят до анодной проволочки. Ионы в этот момент находятся практически там, где они возникли. Распределение заряда на катодной плоскости хорошо рассчитывается. Ширина на полувысоте этого распределения:

$$\Delta_{1/2} \approx 2d \,,$$



где *d* — расстояние между катодной и анодной плоскостью (рис. 8.25).

Положение этого заряда вдоль анодной проволочки не зависит от шага анодных проволочек. На рис. 8.25 показано распределение зарядов для двух частиц, пролетевших в разное время с разными координатами и разной величиной ионизации. Расстояние между этими распределениями равно расстоянию между координатами пролетевших частиц. Для измерения координат частиц используются два метода.

#### 8.8.2. Камеры с линией задержки

Один из вариантов линии задержки (ЛЗ) — использование кусочков обычного коаксиального кабеля (рис. 8.26, *a*). При возникновении лавины сигнал распространяется по линии задержки. Координата частицы определяется по времени прихода сигнала на конец линии задержки. Обычно используется измерение времени с обоих концов линии задержки. В этом случае не требуется точного времени пролета частицы и слабо сказывается разброс амплитуд.



Рис. 8.26. Принцип действия индукционной пропорциональной камеры:  $a-{
m c}$ линией задержки;  $\delta-{
m c}$  полосками

#### 8.8.3. Измерение амплитуд на полосках на катодной плоскости

На катодной плоскости делаются полоски (рис. 8.26, *б*), ширина которых должна быть у́же ширины распределения сигнала на полувысоте. Для каждой полоски устанавливается электроника для измерения величины наведенного заряда.

# 8.8.4. Пространственное разрешение Кластерный эффект

Пространственное разрешение для камер с линиями задержки и камер с полосками примерно одинаковое. Для релятивистских частиц, летящих параллельно электрическому полю, получено  $\sigma(\alpha = 0^{\circ}) \approx 30$  мкм. Однако для частиц, летящих под углом к направлению электрического поля, пространственное разрешение становится заметно хуже. Для угла  $\alpha = 45^{\circ} \sigma \approx 100...200$  мкм. Ухудшение пространственного разрешения с ростом угла связано с так называемым кластерным эффектом. Он состоит в том, что частица образует  $\delta$ электроны, расстояние между которыми  $\Delta = 100...300$  мкм в зависимости от газа; иногда  $\delta$ -электрон образуется около



Рис. 8.27. Иллюстрация кластерного эффекта в индукционных пропорциональных камерах

проволочки, а иногда — на расстоянии  $\Delta$ . Положение наведенного заряда в этих двух случаях будет разное (рис. 8.27). Но даже для частиц, летящих под углом, индукционные камеры дают существенно лучшее разрешение, чем МПК.

Обратим внимание, что метод индукционных камер используется также для измерения обеих координат частицы в одной камере. Это особенно важно для оп-

ределения координаты ү-квантов малой энергии, когда фотоэлектрон имеет пробег существенно меньше толщины камеры.

Индукционные камеры используются во многих экспериментах. В частности, в детекторе МД-1 энергия рассеянных электронов измерялась с помощью индукционных камер.

# § 8.9. ДРЕЙФОВЫЕ КАМЕРЫ

0

o

#### 8.9.1. Принцип работы

0

0

0

0 0 ٥

0 0

o

0

0 0 0 0

000

0

блемы «лево-право»

0 0

*Рис.* 8.29. Использование трех слоев дрейфовых ка-

мер для разрешения про-

0 0 0 0 0 0

0

0

0 0 0

Как и многопроволочные пропорциональные камеры, дрейфовые камеры являются координатными детекторами. Кооркамеры

дината определяется по времени дрейфа t электронов от места пролета частицы до анодных проволочек. Электрическое поле создается

с помощью специальных проволочек, на которые подается распределенный потенциал (рис. 8.28). Момент пролета частицы определяется по сигналам с внешних детекторов (например, сцинтилляционных счетчиков). При скорости дрейфа электронов  $\upsilon$  координата x будет определяться следующим образом:

$$x = v \cdot t$$
.

Ясно, что это двузначное решение: частица могла пролететь либо слева от проволочки, либо справа. В современных детекторах проблема «лево-право» решается за счет использования большого числа слоев дрейфовых камер. При этом в соседних слоях анодные проволочки сдвинуты друг относительно друга (рис. 8.29).

 $\sigma_{x}$ 

#### 8.9.2. Пространственное разрешение

Качественная картина пространственного разрешения  $\sigma_x$  в зависимости от расстояния дрейфа показана на рис. 8.30. Значение x = 0 соответствует пролету частицы около самой проволочки. Есть два эффекта, определяющих пространственное разрешение.

#### Диффузия

При движении электронов к анодной проволочке происходит продольная и поперечная диффузия. В данном случае определяющей яв-



*Рис. 8.30.* Пространственное разрешение дрейфовой камеры

ляется продольная диффузия, за счет которой возникает ошибка измерения координаты, зависящая от расстояния дрейфа следующим образом:

 $\sigma_{\mathrm{диф} \Phi} \sim \sqrt{x}$ .



Рис. 8.28. Принципи-

145

Абсолютное значение величины диффузии сильно зависит от природы газа, различают так называемые холодные и горячие газы. Пространственное разрешение за счет диффузии в холодных газах существенно лучше, чем в горячих. При расстоянии дрейфа 1 см в горячих газах  $\sigma_{диф\phi}(1 \text{ см}) = 150 \dots 600 \text{ мкм}$ , а в холодных газах достигается  $\sigma_{диф\phi}(1 \text{ см}) \approx 50 \text{ мкм}$ . Примерами горячих газов являются смеси Ar/CH<sub>4</sub>, Ar/CO<sub>2</sub>, He/i-C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>, а холодных – CO<sub>2</sub> и (CH<sub>3</sub>)<sub>2</sub>O (диметиловый эфир). На рис. 8.31 приведено пространственное разрешение, обусловленное диффузией, в зависимости от E/p для горячего и холодного газа. Для этих же газов на рис. 8.32 приведена зависимость скорости дрейфа электронов от отношения напряженности поля к давлению газа. Видно, что в горячих газах скорость достигает насыщения уже при малых напряженностях поля, а в холодных газах при тех же напряженностях скорость на порядок меньше.





*Puc. 8.31.* Коэффициент продольной диффузии для одного электрона в холодном и горячем газах



#### Кластерный эффект

Этот эффект уже обсуждался в разделе 8.8.4. Он играет роль при пролете частицы вблизи проволочки. Для уменьшения кластерного эффекта выбирают газ, в котором образуется большее число δ-электронов на единицу длины.

В дрейфовой камере детектора КЕДР используется холодный газ диметиловый эфир (ДМЭ), для которого диффузия в минимуме характеризуется  $\sigma_{\min} = 50$  мкм, а средняя —  $\sigma \approx 100$  мкм.

# § 8.10. ОСНОВНЫЕ ВАРИАНТЫ ДРЕЙФОВЫХ КАМЕР

Дрейфовые камеры очень широко распространены в современных экспериментах по физике элементарных частиц благодаря тому, что в этих камерах с высокой точностью можно измерять координату частицы. Количество разных подходов в конструкции очень велико. Можно выделить два класса дрейфовых камер — с большой длиной дрейфа и с малой. Типичным примером камеры с большой длиной дрейфа является дрейфовая камера детектора КЕДР (рис. 8.33). Камера имеет цилиндрическую форму, ее длина равна 1100 мм, внутренний радиус — 125 мм, внешний радиус — 535 мм. Ячейка содержит восемь анодных проволочек, шесть из которых чувствительные. Радиальное расстояние между анодными проволочками равно 4.5 мм. Справа и слева от плоскости с анодными проволочками на расстоянии ±3.5 мм расположены два ряда фокусирующих проволочек. Распределение потенциалов на полевых проволочках создает однородное поле в дрейфовом промежутке, равное 1.5  $\frac{\text{кB}}{\text{см}}$ . Полевые проволочки расположены с шагом около 4.5 мм. Плоскости с анодными, фокуси-



*Рис. 8.33.* Проволочная структура (a) и ячейка (b) дрейфовой камеры детектора КЕДР

рующими и замыкающими ячейку полевыми проволочками повернуты на угол 3° (угол Лоренца для электронов, дрейфующих в ячейке при индукции магнитного поля 1.8 Тл) по отношению к радиусу, проведенному из центра камеры. Радиальный размер ячейки равен 36 мм, максимальное расстояние дрейфа около 30 мм. Дрейфовая камера состоит из семи концентрических цилиндрических суперслоев ячеек, из которых три четных — стереослои (см. раздел 8.11). Камера содержит 1512 анодных проволочек и дает 42 измерения координаты и ионизационных потерь для частицы, пересекающей всю камеру. В качестве рабочего газа был выбран чистый диметиловый эфир (ДМЭ). Использование ДМЭ в ячейках с большой длиной дрейфа, в которых координатное разрешение ограничено диффузией, позволяет получать среднее по ячейке пространственное разрешение лучше 100 мкм.



*Рис. 8.34.* Гексагональная ячейка дрейфовой камеры детектора BaBar

Форма ячеек с малой длиной дрейфа бывает четырехугольной и шестиугольной. Электрическое поле вблизи анодной проволочки имеет цилиндрическую форму, а в углах картина поля довольно сложная. На рис. 8.34 изображена ячейка дрейфовой камеры детектора BaBar. В центре ячейки находится анодная проволочка, а остальные — полевые. Система дрейфовой камеры детектора BaBar содержит 7104 ячейки, и частица из места встречи пересекает 40 слоев таких ячеек. В качестве рабочего газа используется смесь гелия с изобутаном (He/i-C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>). Пространственное разрешение получено 100 мкм в среднем по ячейке. Использование легкого га-

за на основе гелия позволило заметно уменьшить многократное рассеяние по сравнению с газом на основе аргона, что особенно важно для импульсного разрешения в случае частиц с малыми энергиями.

Довольно распространенным вариантом камер с малой длиной дрейфа являются камеры, у которых в качестве катода используется цилиндрическая трубка с натянутой по оси проволочкой. Диаметр трубки равен 3...10 мм. Их делают из

тонкого алюминизированного лавсана толщиной примерно 50 мкм. Поскольку эти камеры используются для измерения координат и импульса в магнитном поле, трубки делают из легкого и тонкого материала, чтобы многократное рассеяние было минимальным. На основе таких трубок диаметром 10 мм сделан вершинный детектор установки КЕДР (рис. 8.35). Диаметр анодной проволочки 20 мкм; трубки заполнены газовой смесью  $Ar/CO_2$  (70/30); пространственное разрешение, усредненное по трубке, составляет 200 мкм.



*Рис. 8.35.* Система дрейфовых камер вершинного детектора на установке КЕДР

## § 8.11. ИЗМЕРЕНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ КООРДИНАТЫ

Продольная *z*-координата (вдоль сигнальной проволочки) измеряется следующими методами.

Метод стереослоя. Проволочки для измерения  $(r, \phi)$ -координат натянуты параллельно оси камеры. Для определения *z*-координаты делают специальные слои, в которых проволочки натянуты под небольшим углом к оси (рис. 8.36). Эти



Рис. 8.36. Стереослон дрейфовой камеры: прямая — стереослой; штриховая — основной слой

слои называют стереослоями. Угол наклона обычно составляет 0.1 рад  $\approx 6^{\circ}$ . В результате продольная координата измеряется с точностью в 10 раз хуже, чем  $(r, \phi)$ . Это вполне допустимо, поскольку точность измерения импульса частицы в основном определяется точностью  $(r, \phi)$ -координат. В дрейфовой камере детектора КЕДР четыре аксиальных слоя и три стереослоя с проволочками, наклоненными под углом ±100 мрад к оси камеры (см. рис. 8.33). Данный метод применяется также и в дрейфовых камерах с малой длиной дрейфа.

Метод деления заряда. В этом случае измеряется амплитуда сигнала с обоих концов анодной проволочки (рис. 8.37). Входные сопротивления усилителей много боль-

ше, чем сопротивление анодной проволочки. Точность измерения координаты этим методом составляет  $\sigma_z \sim (1...3\%) l_{пров}$ . Несмотря на то что точность существенно хуже, чем в методе стереослоя, получаемая информация весьма полезна, поскольку измерение *z*-координаты может быть выполнено на всех проволочках.

§ 8.12. ВРЕМЯПРОЕКЦИОННЫЕ

КАМЕРЫ



*Puc. 8.37.* Определение продольной координаты методом деления заряда

Несколько иной путь использования принципа дрейфовой камеры представлен времяпроекционными камерами (английское название — Time-Projection Chamber (TPC)). Это больших размеров сооружения, и впервые их представили на конфе-



*Рис. 8.38.* Принцип действия времяпроекционной камеры

ренции, проходившей в Новосибирске в 1977 году. Разрабатывать такую камеру начали в SLAC. Она представляет собой цилиндрический объем, посередине которого находится электрод под высоким напряжением (рис. 8.38). По обеим сторонам от электрода создается электрическое поле, параллельно которому накладывается еще и магнитное поле. Место встречи сталкивающихся частиц находится в центре камеры. На торцах расположены многопроволочные и индукционные пропорциональные камеры для измерения координаты ( $r, \phi$ ). Камеры разбиты на несколько секторов. Один из секторов системы регистрации представлен на рис. 8.38. Информация снимается с анодных проволочек и с полосок на катодной плоскости. Измерения *z*-координаты производится по времени дрейфа электронов до торцов. Несмотря на большую длину дрейфа, благодаря магнитному полю поперечная диффузия электронов резко уменьшается. После того как произошло событие, электроны дрейфуют к торцам, где непрерывно снимается информация. Таким образом, после обработки информации восстанавливается полная картина события. На основе этой камеры в SLAC был создан детектор TPC.

В настоящее время для коллайдера LHC создана гигантская времяпроекционная камера для детектора ALICE. Ее длина 500 см, внешний радиус 280 см, внутренний радиус 80 см. Считывающие камеры разбиты на 18 трапецеидальных секторов, информация считывается с 570132 катодных полосок. В качестве рабочего газа в пропорциональных камерах используется смесь Ne/CO<sub>2</sub> (90/10).

# § 8.13. МИКРОСТРИПОВЫЕ КАМЕРЫ

Условная конструкция микростриповой камеры представлена на рис. 8.39. Анодные полоски эквивалентны проволочкам диаметром 10 мкм. Катодами служат полоски и сплошной электрод. Здесь применяется технология производства по типу печатных плат. При определении сработавшей полоски координатное разрешение  $\sigma = \frac{100}{\sqrt{12}} \approx 35$  мкм. На самом деле удается измерить еще и время. В этом случае можно получить  $\sigma \sim 20$  мкм. Это первое достоинство данных камер. Второе заключается в том, что они могут работать при



*Рис. 8.39.* Принцип действия микрострипового детектора

бо́льших загрузках по сравнению с обычными дрейфовыми камерами. Это связано с тем, что среднее расстояние дрейфа ионов в данном случае составляет 50 мкм (основная масса силовых линий приходится на соседние полоски), т. е. быстродействие выше на два порядка. Кроме того, скорость дрейфа ионов выше из-за высокой напряженности поля. Коэффициент усиления составляет  $K = 10^3 \dots 10^5$ .

Недостаток данных камер заключается во времени жизни. При средних фоновых условиях время жизни вполне нормальное. Но при работе с частицами большой ионизации ионы из лавины бомбардируют катодную полоску, и за счет нагрева поверхность портится. Данный эффект был обнаружен уже на реальных пучках в CERN. Это сильно ограничило область применения микростриповых камер. Появились другие камеры, лишенные данного недостатка.

# § 8.14. ДРЕЙФОВЫЕ КАМЕРЫ ТИПА ГЭУ (GEM)

Дрейфовые камеры с газовым электронным усилением (ГЭУ), в английской литературе называемые GEM (Gas Electron Multiplication), были предложены итальянским физиком Ф. Саули, работающим в CERN. Они обладают рядом интересных параметров. Принципиальная конструкция представлена на рис. 8.40. В стеклотекстолите толщиной примерно 50 мкм, с двух сторон покрытом медной



*Рис. 8.40.* Принцип действия дрейфовой камеры типа GEM



*Рис. 8.41.* Фотография пластинки GEM под микроскопом

фольгой, имеются отверстия диаметром 25...150 мкм, расстояние между центрами которых 25...150 мкм (рис. 8.41). Размеры стеклотекстолитовых пластин примерно 200 × 200 мм. Технология, связанная с камерами ГЭУ, привычная для производства электроники (печатные платы). Между двумя медными пластинами создается разность потенциалов. Около поверхности изолятора в отверстии напряженность электрического поля мала, основное же усиление происходит в центре отверстия, где очень большая напряженность электрического поля. Здесь и происходит газовое усиление. Коэффициент усиления  $K = 10^2 \dots 10^3$ . Основная масса ионов дрейфует в поле с меньшей напряженностью, они сталкиваются с поверхностью на скоростях, сравнимых с тепловыми. Несколько камер ГЭУ устанавливают друг за другом. На выходе из пластин располагают структуру, на которой измеряют координату. Получено пространственное разрешение  $\sigma \sim 30$  мкм, а временно́е разрешение находится в наносекундном диапазоне. По сравнению с микростриповыми камерами ГЭУ имеют существенно больший срок службы. Эти камеры активно внедряются в современные эксперименты.

# § 8.15. СЧЕТЧИК ГЕЙГЕРА—МЮЛЛЕРА

Счетчик Гейгера—Мюллера — это пропорциональный счетчик для случая, когда  $\gamma K_{\alpha} \rightarrow 1$  (уравнение (8.8)). Роль фотоэффекта здесь возрастает настолько, что он происходит и в точках, расположенных на большом расстоянии от места



*Рис. 8.42.* Распространение лавины в счетчике Гейгера—Мюллера

рождения первичной лавины. Это инициирует образование новых лавин, и разряд распространяется вдоль анодной проволочки (рис. 8.42). Когда электроны из лавин достигают анодной проволочки, вокруг нее образуется большая ионная «шуба», которая снижает напряженность электрического поля у проволочки, и счетчик перестает регистрировать пролетающие частицы. Ионы дрейфуют к катоду и, достигая его, рождают вторичные электро-

ны. При этом многие атомы оказываются в возбужденном состоянии, и происходит высвечивание фотонов, которые выбивают фотоэлектроны с катода. Эти электроны дрейфуют к аноду и т. д. Один из способов прекратить разряд — снизить напряжение на счетчике. Был изобретен другой, более изящный способ — это режим самогасящегося счетчика (режим Гейгера—Мюллера). Он заключается в том, что к рабочему газу аргону добавляются пары этилового спирта. Молекулы спирта поглощают фотоны и распадаются. Кроме того, ионы аргона сталкиваются с молекулами спирта и передают им свой заряд, а энергия последних недостаточна для образования вторичной ионизации. При каждом срабатывании счетчика некоторое количество молекул спирта распадается. Это определяет срок службы счетчика.

Сейчас эти счетчики используются уже редко, но в 1930-е годы, когда они появились, это был основной прибор в ядерной физике.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Казанский Ю.А. Газовые ионизационные детекторы / Ю.А. Казанский // Основы экспериментальных методов ядерной физики / А.И. Абрамов, Ю.А. Казанский, Е.С. Матусевич. М. : Атомиздат, 1977. С. 110–161.
- 2. Мотт Н. Теория атомных столкновений : пер. с англ. / Н. Мотт, Г. Месси. М. : Мир, 1969. 447 с.
- 3. Sauli F. Principles of Operation of Multiwire, Proportional and Drift Chambers / F. Sauli // Lectures given in the Academic Training Programme of CERN, 1975–1976. — Geneva : CERN, 1977. — № 77–09.
- 4. Групен К. Взаимодействие частиц и излучения с веществом. Детекторы для ионизационных и трековых измерений / К. Групен // Детекторы элементарных частиц : пер. с англ. — Новосибирск : Сиб. хронограф, 1999. — С. 1–41; 56–149.
- 5. Клайнкнехт К. Физические основы регистрации излучений. Регистрация ионизационных потерь. Измерение координаты / К. Клайнкнехт // Детекторы корпускулярных излучений : пер. с нем. М. : Мир, 1990. С. 10–113.
- 6. Росси Б. Экспериментальные методы / Б. Росси // Частицы больших энергий : пер. с англ. / под ред. С.З. Беленького. М. : ГИТТЛ, 1955. С. 23–113.

- 7. Блинов В.Е. Дрейфовая камера детектора КЕДР : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.04.16 / В.Е. Блинов. Новосибирск, 1997.
- 8. Villa F. Dimethylether: a low velocity, low diffusion drift chamber gas / F. Villa // Nucl. Instrum. Meth. 1983. Vol. 217. P. 273-276.
- 9. Sauli F. Drift and diffusion of electrons in gases: a compilation (with an introduction to the use of computing programs) / F. Sauli, A. Peisert. Geneva : CERN, 1984. № 84–08.
- 10. Пропорциональные камеры с линией задержки для измерения координат с высокой точностью / А.Е. Бондарь [и др.] // Международное совещание по методике проволочных камер. ОИЯИ-Д13-9164. — Дубна, 1975. — С. 219—223.
- 11. Spatial resolution of the induction proportional chambers / A. E. Bondar [et al.] // Nucl. Instr. Meth. 1983. Vol. 207. P. 379-388.
- 12. Experiments with the MD-1 detector at the  $e^+e^-$  collider VEPP-4 in the energy region of Upsilon mesons / S.E. Baru [et al.] // Phys. Rept. 1996. Vol. 267. P. 71-159.
- 13. Vertex chamber for the kedr detector / V. M. Aulchenko [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 1989. Vol. A283. P. 528-531.
- 14. The KEDR drift chamber based on dimethyl ether / S. E. Baru [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 1998. Vol. A409. P. 23-25.
- 15. The BaBar drift chamber / G. Sciolla [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. 1998. Vol. A419. P. 310–314.
- 16. Garabatos C. The ALICE TPC / C. Garabatos // Nucl. Instrum. Meth. -2004. Vol. A535. P. 197–200.
- 17. Development of Tracking Detectors with industrially produced GEM Foils / F. Simon [et al.] // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2007. Vol. 54. P. 2646-2652.
- Thick GEM versus thin GEM in two-phase argon avalanche detectors / A. Bondar [et al.] // JINST. 2008. Vol. 3. P. P07001.

# Глава 9

# ИСКРОВЫЕ КАМЕРЫ ИСКРОВЫЕ СЧЕТЧИКИ

### § 9.1. ПРИНЦИП РАБОТЫ ИСКРОВОЙ КАМЕРЫ

На рис. 9.1 изображена схема искровой камеры — объема с металлическими пластинами, заполненного инертным газом. Когда пролетает частица, на камеру подается высоковольтный импульс. Происходит искровой пробой по траектории частицы, и возникает яркая искра, которая хорошо видна при дневном освещении (рис. 9.2). Такой метод был предложен С. Фукуи и С. Миямото в 1959 году. Главной



меры

Рис. 9.1. Принцип действия искровой ка- Рис. 9.2. Фотографии разных этапов возникновения искры

особенностью этого метода является то, что в инертном газе есть время памяти об ионизации, оставленной пролетевшей частицей. У чистых газов время памяти достигает 100 мкс, что дает возможность успеть подать высоковольтный импульс, пока ионизация еще не исчезла. В экспериментах обычно доводили время памяти до 1 мкс, с тем чтобы было меньше случайных совпадений от частиц, пролетевших до появления полезного события. После того как произойдет искровой пробой, камера не может регистрировать частицы, и время восстановления — мертвое время составляет примерно  $10^{-4} \dots 10^{-3}$  с.

### § 9.2. КАРТИНА ИСКРОВОГО ПРОБОЯ

Рассмотрим качественно картину искрового пробоя. Процесс возникновения искры проходит в три этапа (рис. 9.3).

## 1. Развитие лавины

В результате ударной ионизации происходит развитие лавины. Оно останавли-



Puc. 9.3. Три этапа возникновения искры

вается за счет того, что электрическое поле лавины ослабляет внешнее поле; это происходит, если  $E_{\text{лавины}} \sim 10\%$  от  $E_{\text{внешн}}$ .

## 2. Образование стримеров

В лавине образуется большое количество возбужденных атомов. Возбуждение снимается за счет испускания фотонов. Фотоны образуют новые фотоэлектроны, которые дают начало новым лавинам. Условия образования стримеров следующие:

$$N_{\text{ионов}} \gtrsim 10^{12} \, \frac{\text{ионов}}{\text{см}^3}$$
 или  $\alpha \cdot d_{\text{кр}} \ge 20$ 

где  $N_{ионов}$  — концентрация ионов;  $d_{\kappa p}$  — размер лавины;  $\alpha$  — первый коэффициент Таунсенда (см. раздел 8.6.2). Эти условия получены эмпирически.

# 3. Искровой пробой

Число электрон-ионных пар стало очень большим. В какой-то момент времени все электроны достигли анода, а ионы приближаются к катоду. Напряженность поля растет и происходит холодная эмиссия электронов с катода. Образуется проводящий канал; протекает большой ток, возникает искра.

### § 9.3. СПОСОБЫ СЪЕМА ИНФОРМАЦИИ

Наиболее простым и удобным на начальном этапе развития искровых камер был оптический метод съема информации. Картина события фотографировалась (рис. 9.4). С такими камерами было сделано большое количество экспериментов. Главная проблема в этих экспериментах состояла в обработке большого количества снимков, поскольку в основном это был ручной труд.

Как альтернатива этому в 1963 году появились проволочные искровые камеры, информация с которых стала вводиться непосредственно в компьютер. В этих камерах в качестве электродов использовали проволочки, определялась сработавшая проволочка. Съем информации с камер осуществлялся двумя способами с помощью ферритовых колец и с помощью магнитострикционных линий. При первом способе съема информации каждая проволочка проходит через небольшой ферритовый сердечник. В исходном состоянии все кольца намагничены в одном направлении. Разрядный ток, протекающий по одной или нескольким проволочкам, перемагничивает соответствующие кольца. Специальные проволочки, также продетые через сердечник, выполняют функции считывания и восстановления: одна регистрирует состояние поля кольца, а другая восстанавливает его первоначальное направление.

При магнитострикционном считывании в непосредственной близости от рабочих проволочек перпендикулярно им располагается магнитострикционная линия задержки в виде проволочки, изготавливаемой обычно из сплава кобальта с никелем. При пробое ток искры течет по рабочей проволочке и создает вдоль магнитострикционной проволочки импульсное магнитное поле, которое вызывает локальную деформацию, распространяющуюся со скоростью звука (примерно 5 км/с). На конце линии задержки располагается катушка, с помощью которой регистрируется прибытие волны по возникающему импульсу напряжения. Измерив интервал между моментом пробоя и появлением сигнала в катушке, определяют координату искры.



Puc. 9.4. Типичные фотографии, получаемые в искровой камере

В проволочных искровых камерах точность измерения координаты составляет  $\sigma \approx 0.3$  мм, а в оптических камерах  $\sigma = 0.1 \dots 0.5$  мм. Это разрешение для частиц, проходящих перпендикулярно плоскости камеры. Разрешение начинает ухудшаться, когда угол наклона  $\alpha > 30^{\circ}$ .

Искровые камеры, особенно проволочные, широко использовались практически во всех лабораториях мира до тех пор, пока не появились многопроволочные пропорциональные камеры.

#### § 9.4. СТРИМЕРНЫЕ ИСКРОВЫЕ КАМЕРЫ

Как метод борьбы с ограничением по углу пролета частицы в 1963 году советскими физиками Г. Е. Чиковани и Б. А. Долгошеиным была предложена стримерная искровая камера. Такие камеры иногда называют «русскими». Идея заключается в подаче высоковольтного импульса такой короткой длительности, что искровой пробой не происходит. В результате будут сфотографированы лавины, которые недалеко отстоят от траектории частицы. В этих камерах с одинаковой точностью



*Рис. 9.5.* Фотография продуктов распада столкновения пучка ядер гольмия с гольмиевой мишенью, полученная на стримерной камере

измеряются координаты частицы, под каким бы углом к электрическому полю она ни пролетела. Недостаток заключается в том, что, поскольку искрового пробоя нет, свет получается очень слабым. Это предъявляет высокие требования к фотокамере. На рис. 9.5 дана фотография продуктов распада, полученная на стримерной камере ускорителя тяжелых ионов BEVALAC.

## § 9.5. ИСКРОВЫЕ СЧЕТЧИКИ С ЛОКАЛИЗОВАННЫМ РАЗРЯДОМ

Перед появлением искровых камер были искровые счетчики. Искровой счетчик — это зазор между металлическими пластинами, подключенными к источнику постоянного напряжения. Эффективность регистрации в зависимости от напряжения представлена на рис. 9.6. Видно, что величина плато очень узкая. Самый выдающийся параметр искровых счетчиков — их высокое временное разрешение



*Рис. 9.6.* Зависимость эффективности искровых счетчиков от напряжения

Другое решение проблемы большого мертвого времени было найдено Ю. Н. Пестовым. Он предложил счетчик с локализованным разрядом. Обкладки такого счетчика сделаны из меди, и около одной из обкладок ставится полупроводящее стекло (рис. 9.7). Когда происходит пробой, напряжение падает в области размером порядка величины зазора. Остальная часть счетчика остается в рабочем состоянии. Для того чтобы не возникали пробои за счет фотонного механизма в других местах, были подобра-

 $\tau \sim 10$  пс. Такое высокое разрешение было получено только в последние годы в фотоумножителях на основе микроканальных пластин. Однако даже для потока космических частиц площадь искрового счетчика должна быть маленькой, а в экспериментах на ускорителе такие счетчики не используются. Искровые камеры решили проблему большого мертвого времени искрового счетчика (примерно  $10^{-3}$  с) за счет управляемости камеры: напряжение подается только по факту пролета частицы.



Рис. 9.7. Счетчик Пестова

ны специальные составы газовых смесей. В результате, на счетчиках размером  $50 \times 50\,$  мм с зазором  $d = 0.1\,$ мм и давлением  $p = 5\,$ атм удалось получить разрешающее время  $\tau = 30\,$ пс. Изготовление таких счетчиков требует довольно сложной технологии, поэтому массового применения они не нашли. Однако идея счетчика с локализованным разрядом была реализована в счетчиках, называемых Resistive Plate Counters (RPC). В качестве полупроводящего материала используется пластик. Зазор делается достаточно большим  $(1 \dots 2\,$ мм). Разрешающее время получается примерно 1 нс. Площадь таких счетчиков составляет примерно  $1 \dots 2\,$ м<sup>2</sup>. Они достаточно широко используются во многих экспериментах, в том числе в детекторах на встречных пучках — там, где необходимо покрыть большие площади регистрации частиц.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Дайон М. И. Искровая камера / М. И. Дайон, Б. А. Долгоше<br/>ин, В. И. Ефременко. М. : Атомиздат, 1967. 319 с.
- 2. Rudenko N. S. On the mechanism of spark generation in spark chambers / N. S. Rudenko // Zh. Tekh. Fiz. -1970.- Vol. 40. P. 1028–1032.

- Заневский Ю. В. Проволочные детекторы элементарных частиц / Ю. В. Заневский. М. : Атомиздат, 1978. 168 с.
- 4. Rice-Evans P. Narrow-gap spark chambers. Measurement in sampling spark chambers. Widegap spark chambers. Streamer chambers / P. Rice-Evans // Spark, Streamer, proportional and drift chambers. — London : Richelieu Press, 1974. — P. 88–244.
- 5. Вывод информации для искровых камер / С.Е. Бару [и др.] // Приборы и техника эксперимента. 1969. № 5. С. 51–54.
- 6. Kaftanov V. S. Spark chamber use in high-energy physics / V. S. Kaftanov // Nucl. Instrum. Meth. 1963. Vol. A20. P. 195-197.
- 7. Krienen F. Digitized spark chambers / F. Krienen // Nucl. Instrum. Meth. $-1962.-N^{\circ}$  A16.-P. 262–266.
- 8. Perez-Mendez V. Magnetostrictive readout for «wire spark chambers» / V. Perez-Mendez, M. Pfab J. // Nucl. Instrum. Meth. −1965. − Vol. A33, № 1. − P. 141–146.
- 9. Pestov Yu. N. The status of spark counters with a localized discharge / Yu. N. Pestov // Nucl. Instrum. Meth. 1988. Vol. A265. P. 150-156.
- Лаптев В. Д. Плоский искровой счетчик с локализованным разрядом / В. Д. Лаптев, Ю. Н. Пестов, Н. В. Петровых // Приборы и техника эксперимента. — 1975. — № 6. — С. 36.
- 11. Fowler P. H. The Study of Elementary Particles by the Photographic Method / C. F. Powell, P. H. Fowler, D. H. Perkins. London: Pergamon Press, 1959. 669 p.

# Глава 10

# полупроводниковые детекторы

#### § 10.1. ДЕТЕКТОРЫ НА ОСНОВЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Газ имеет недостаток — малую плотность. При пролете через газовый детектор частица теряет мало энергии. В этом отношении детекторы с твердым веществом в качестве радиатора более привлекательны.

Рассмотрим особенности твердотельных радиаторов. Если к металлу приложена разность потенциалов, то электрического поля в нем нет, рожденные частицей электрон-ионные пары рекомбинируют и не дают сигнала. В диэлектрике можно создать электрическое поле, но ток через него не протекает. Поэтому стали искать промежуточный материал, в котором можно создать поле и будет протекать ток. Первыми образцами твердых тел были алмазы (маленькие кристаллики), охлажденные до температуры жидкого азота. В них были зарегистрированы сигналы от частиц.

Идеальным вариантом для решения задачи регистрации частиц стали полупроводники. С одной стороны, в полупроводнике можно создать электрическое поле, с другой — через него может протекать ток. Когда в микроэлектронике началось промышленное освоение полупроводников, появились кристаллы с очень хорошими параметрами для полупроводниковых детекторов. Сегодня полупроводниковые детекторы бурно развиваются.

### § 10.2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВ ЗОННАЯ ТЕОРИЯ

Для описания свойств полупроводников используется зонная теория. Согласно этой теории в кристалле рассматриваются три энергетических зоны: валентная зона, зона проводимости и запрещенная зона.

Диэлектрик — это материал, у которого ширина запрещенной зоны  $\Delta E \sim 10$  эВ. При любой температуре нет частично заполненных зон.

Полупроводник — это такой материал, у которого ширина запрещенной зоны на порядок меньше:  $\Delta E \sim 1$  эВ. При температуре абсолютного нуля в нем нет частично заполненных зон. При более высокой температуре электроны из валентной зоны переходят в зону проводимости, а в валентной зоне остаются дырки. Происходит и обратный процесс — электроны из зоны проводимости переходят в валентную зону (рекомбинация электрон-дырочных пар). При стабильной температуре наступает равновесная концентрация электронов  $n_i$  и дырок  $p_i$ . Причем эти концентрации, естественно, равны друг другу и их величина описывается законом:

$$n_i = p_i = A T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\Delta E}{kT}}, \qquad (10.1)$$

где T-температура в кельвинах;  $k\approx 10^{-4}\,\frac{9\mathrm{B}}{\mathrm{K}}-$  постоянная Больцмана;  $\Delta E-$  ширина запрещенной зоны, эВ; A- постоянная величина для данного материала. Характерными представителями полупроводников являются германий (Ge) и кремний (Si). В табл. 10.1 представлены основные параметры этих полупроводников. Отметим, что равновесная концентрация сильно зависит от ширины запрещенной зоны: у германия и кремния ширина запрещенной зоны различается всего на 40 %, а равновесная концентрация при комнатной температуре различается на 3 порядка.

В электрическом поле электроны и дырки дрейфуют. Скорость дрейфа определяется следующим образом:

$$v_{\rm AD} = kE$$
,

где k — подвижность, E — напряженность электрического поля. Данные по подвижности германия и кремния приведены в табл. 10.1. Подвижность электронов  $k_n$  примерно в 3 раза больше, чем дырок  $k_p$ . У германия подвижность электронов и дырок в 2...3 раза выше, чем у кремния.

Удельное сопротивление р определяется следующим образом:

$$\frac{1}{\rho} = e(k_n n_i + k_p p_i) \,,$$

где *е*—заряд электрона. В табл. 10.1 даны значения удельного сопротивления для сверхчистых кристаллов германия и кремния. Здесь же приведены данные для выпускаемых промышленностью полупроводников.

Таблица 10.1

Параметры	Si	Ge
$\Delta E$	1.12	0.661
$n_i=p_i, \mathrm{cm}^{-3}$ при $T{=}300\mathrm{K}$	$1\cdot 10^{10}$	$2\cdot 10^{13}$
$k_n,  \mathrm{cm}^2/(\mathrm{B}\cdot\mathrm{c})$	$1.4 \cdot 10^3$	$3.9\cdot 10^3$
$k_p,  \mathrm{cm}^2/(\mathrm{B}\cdot\mathrm{c})$	$0.45\cdot 10^3$	$1.9\cdot 10^3$
ρ, Ом · см	$3.2 \cdot 10^5$ (сверхчистый)	60
	$(16) \cdot 10^3$ (реальный)	45

Некоторые свойства кремния и германия

Германий и кремний — четырехвалентные элементы, каждый атом соединен с четырьмя другими, структура кристалла у этих полупроводников кубическая. Существенной особенностью полупроводников является наличие примесей. Если в кристаллической структуре заменить четырехвалентный атом пятивалентным, то у пятивалентного атома появится слабосвязанный электрон, который может легко перескакивать от атома к атому (рис. 10.1). На энергетической шкале появляются уровни в запрещенной зоне на границе с зоной проводимости. Эти уровни называются донорными. Кристаллы с такой примесью называются кристаллами с электронной, или *n*-проводимостью. Типичной донорной примесью является сурьма (Sb).



*Рис. 10.1.* Донорная примесь в полупроводнике

*Рис. 10.2.* Акцепторная примесь в полупроводнике

Если примесь трехвалентная, то одного электрона не хватает — образуется дырка (рис. 10.2). Появится примесный уровень на границе с валентной зоной. В этом случае примесь называется акцепторной, а проводимость — дырочной (*p*-проводимость). Типичной акцепторной примесью является бор (В). В практике используют полупроводники с *n*- или *p*-проводимостью. Для этого при производстве в них вводят либо донорные, либо акцепторные примеси.

# § 10.3. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ СЧЕТЧИК

Рассмотрим полупроводниковый кристалл, к которому приложено напряжение (рис. 10.3). Пролетающая через кристалл частица производит ионизацию. С точки зрения зонной теории это означает, что электроны перешли из валентной зоны в зону проводимости, при этом в валентной зоне образовались дырки (рис. 10.3). По теории полупроводников за время порядка 10<sup>-12</sup> с электроны перейдут на границу зоны проводимости, а дырки — на границу валентной зоны.



*Рис. 10.3.* Полупроводниковый счетчик. Распределение электронов и дырок по зонам при пролете ионизирующей частицы

Под действием приложенного напряжения во внешней цепи выделится заряд, определяемый числом образовавшихся электрон-дырочных пар. На образование одной пары затрачивается в среднем  $W = 3\Delta E \approx 3$  эВ. Часть энергии, потерянной частицей в полупроводнике, передается кристаллической решетке и не приводит к образованию электрон-дырочных пар.

Для примера рассмотрим кристалл кремния толщиной d = 0.1 мм и площадью  $S = 30 \times 30$  мм, к которому приложено напряжение U = 1 В (рис. 10.3). Через кристалл пролетает релятивистская частица. Для оценки будем считать, что удельные ионизационные потери энергии  $2 \frac{M \Im B}{\Gamma/cM^2}$ , толщина  $t = 0.02 \frac{\Gamma}{cM^2}$ . Тогда потерянная частицей энергия  $E_{\rm ион} = 4 \cdot 10^4$  зВ, а число образовавшихся электрон-дырочных пар:

$$N_{\rm c} = 1.3 \cdot 10^4$$
.

Такие сигналы легко регистрируются зарядо-чувствительными приборами, у которых уровень шума 100...1000 электронов. Однако рассматриваемый детектор не работает. Причиной являются флуктуации протекающего через кристалл тока (дробовой эффект — рис. 10.4). Для оценки возьмем время интегрирования сигнала  $\tau = 10^{-7}$  с и удельное сопротивление кремния  $\rho = 3 \cdot 10^5$  Ом · см. Тогда

$$\begin{split} Q &= I \cdot \tau = \frac{U\tau}{R} \,, \quad N = \frac{Q}{e} = \frac{U\tau}{R \, e} \,, \\ R &= \rho \frac{d}{S} \approx 330 \, \mathrm{Om} \,, \\ N_{\mathrm{III}} &= \sigma_N = \sqrt{N} = \sqrt{\frac{U\tau}{R \, e}} \approx 4 \cdot 10^4 \,. \end{split}$$



Отношение шума к сигналу

$$\frac{N_{\rm m}}{N_{\rm c}} = \frac{4 \cdot 10^4}{1.3 \cdot 10^4} = 3.$$
 Рис. 10.4. Сигнал с полупроводни-  
кового счетчика

Здесь мы использовали данные для сверхчистого кремния, но для промышленно выпускаемого кремния это отношение будет хуже в несколько раз. Проблема решается с помощью использования полупроводников с *p*-*n*-переходом.

## § 10.4. ДЕТЕКТОРЫ С p-n-ПЕРЕХОДОМ

Рассмотрим следующий пример. На поверхность полупроводника с *p*-проводимостью наносится полупроводник с *n*-проводимостью. Электроны из полупроводника с *n*-проводимостью диффундируют в область с *p*-проводимостью. В результате образуется некоторый слой, обедненный от носителей зарядов, и появляется напряжение U<sub>0</sub> на *p*-*n*-переходе. На рис. 10.5 показаны энергетические зоны для такой



ситуации в зависимости от расстояния от края кристалла. Напряжение  $U_0~\sim 0.1\,{\rm B},$ а толщина обедненного слоя  $d\sim 10\,{\rm mkm}.$ 

Недостаток такого варианта счетчика в том, что толщина обедненного слоя очень мала — частицы оставляют в этом слое мало энергии.

Если же к кристаллу приложить напряжение («+» к области n, а «-» к области p), то можно увеличить толщину обедненного слоя. Эта толщина зависит от приложенного напряжения U и от удельного сопротивления материала  $\rho$ :

*Рис. 10.5. р–п*-переход. Энергетические уровни в *р–п*-переходе

$$d[c_{\rm M}] = \sqrt{10^{-9} \,\rho[O_{\rm M} \cdot c_{\rm M}] \,(U + U_0)[B]} \,.$$

Например, для сверхчистого кремния ( $\rho = 3 \cdot 10^5 \,\text{Om} \cdot \text{сm}$ ) и напряжения  $U = 500 \,\text{B}$  толщина обедненного слоя  $d = 4 \,\text{мм}$ . В случае реального кремния  $d = 0.4 \,\text{мм}$ . Такие приборы работают.

#### § 10.5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ

Наиболее привлекательным свойством полупроводниковых детекторов является рекордно высокое энергетическое разрешение. Это связано с тем, что на образование одной электрон-дырочной пары тратится всего 3 эВ. В газовых детекторах на образование электрон-ионной пары тратится 30 эВ, а в сцинтилляционном счетчике на основе NaI(Tl) на образование одного фотоэлектрона — 300 эВ.

Для  $\alpha$ -частицы с энергией  $E_{\alpha} = 5$  МэВ число электрон-дырочных пар  $1.7 \cdot 10^6$ . Относительная флуктуация этой величины составляет  $8 \cdot 10^{-4}$ . В эксперименте получено энергетическое разрешение 0.1%. Другими методами подобного разрешения не было достигнуто.

С полупроводниковыми детекторами выполняется большая программа измерения ядерных уровней в различных изотопах.

Одним из важных применений полупроводниковых детекторов является использование сверхчистых германиевых детекторов при температурах жидкого азота. Детектор такого типа используется сейчас на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-4М для измерения энергии электронов пучка по эффекту обратного комптоновского рассеяния лазерных фотонов. При энергии рассеяния фотонов  $E_{\gamma} = 6$  МэВ получено разрешение  $\sigma = 1.5$  кэВ. С помощью этого метода измеряется энергия электронов с относительной точностью  $3 \cdot 10^{-5}$ .

#### § 10.6. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАЗРЕШЕНИЕ

Для измерения координаты на полупроводниковую пластинку наносятся специальные металлические полоски (рис.10.6). Современные технологии позволяют делать расстояние между полосками  $\Delta = 25$  мкм, что обеспечивает пространственное разрешение  $\sigma = \Delta/\sqrt{12} = 25/3.5 = 7$  мкм. Это рекордное разрешение.



*Puc. 10.6.* Однокоординатный полупроводниковый детектор



Puc. 10.7. Двухкоординатный полупроводниковый детектор

Так же делаются и двухкоординатные детекторы (рис. 10.7), и даже пэдовые детекторы с размером пэдов 25 × 25 мкм. Серьезной проблемой для таких детекторов является считывающая электроника. В настоящее время разработаны специализированные чипы, которые позволяют выводить информацию со счетчиков в параллельно-последовательном коде, что резко уменьшает количество каналов связи между детектором и системой сбора данных.

### § 10.7. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДЕТЕКТОРОВ

В настоящее время полупроводниковые детекторы бурно развиваются. В сегодняшних экспериментах на встречных пучках на основе полупроводников в первую очередь делаются вершинные детекторы, которые располагаются непосредственно у самого места встречи. В частности, в экспериментах на В-фабриках (японской и американской) использовались кремниевые вершинные детекторы. Высокое пространственное разрешение таких детекторов позволяет с хорошей точностью определить координаты вершины — точки распада рожденной частицы, а значит, измерить время жизни короткоживущих частиц по их отлету от точки рождения, что принципиально важно при изучении несохранения СР-четности в распадах В-мезонов.

Новым многообещающим шагом в использовании полупроводниковых детекторов стало создание калориметров на их основе.

Одним из важных направлений применения полупроводников являются детекторы фотонов. Кремниевые фотодиоды широко используются в электромагнитных калориметрах, таких как цезий-йодовые калориметры детекторов CLEO, BaBar и Belle.

На основе полупроводников были разработаны и используются гибридные фотодетекторы. В этих приборах, как и в обычных ФЭУ, для регистрации фотонов применяется фотокатод. Между фотокатодом и поверхностью полупроводникового детектора прикладывается напряжение в несколько десятков киловольт. Ускоренный этим напряжением фотоэлектрон образует в полупроводнике несколько тысяч электрон-дырочных пар, таким образом обеспечивается усиление сигнала. Подобные позиционно-чувствительные гибридные фотодетекторы используются в аэрогелевом и газовом RICH детектора LHCb на большом адронном коллайдере (LHC).

Для регистрации света применяются также лавинные фотодиоды. В этих диодах напряженность электрического поля в рабочей области кристалла достаточно высока — на длине свободного пробега электрон приобретает энергию, достаточную для образования вторичных электрон-дырочных пар. Таким образом достигается усиление сигнала в 10...100 раз.

В последнее время активно разрабатываются многопиксельные лавинные фотодиоды, работающие в гейгеровском режиме, — так называемые кремниевые фотоумножители. Эти приборы работают при напряжении обратного смещения p-nперехода, превышающем напряжение лавинного пробоя. Фотоэлектрон, образованный фотоном в чувствительной области, вызывает лавинное умножение числа электрон-дырочных пар. Развитие лавины ограничивается внешним сопротивлением, которое создается на том же кристалле. Выделившийся заряд определяется конструкцией диода и напряжением смещения и не зависит от числа зарегистрированных фотонов. Пропорциональность выходного сигнала интенсивности света реализуется за счет большого числа (100...1000 на  $1 \text{ мм}^2$ ) независимо работающих фотодиодов (пикселей), изготовленных на одном кристалле и включенных параллельно. Фотодетекторы такого типа обладают коэффициентом усиления примерно  $10^6$ , что позволяет регистрировать одиночные фотоны.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Дирнли Дж. Полупроводниковые счетчики ядерных излучений : пер. с англ. / Дж. Дирнли, Д. Нортроп. М. : Мир, 1966. 359 с.
- 2. Калашникова В.И. Кристаллические детекторы / В.И. Калашникова, М.С. Козодаев // Детекторы элементарных частиц. М. : Наука, 1966. С. 160–189.
- Ритсон Д. Применение транзисторов в исследованиях по физике высоких энергий / Д. Ритсон // Экспериментальные методы в физике высоких энергий : пер. с англ. — М. : Наука, 1964. — С. 283–358.

- 4. Musienko Y. The gain, photon detection efficiency and excess noise factor of multi-pixel geiger-mode avalanche photodiodes / Y. Musienko, S. Reucroft, J. Swain // Nucl. Instrum. Meth. -2006. Vol. A567,  $N^{\circ}$  1. P. 57–61.
- Proceedings of the 4th International Conference on New Developments in Photodetection (Beaune, France 19–24 June 2005) / ed. by: P. Bourgeois [et al.] // Nucl. Instrum. Meth., 2006. — Vol. A567, № 1.
- 6. Proceedings of the 10th Pisa Meeting on Advanced Detectors (La Biodola, Isola d'Elba, Italy 21–27 May 2006) / ed. by: F. Cervelli, F. Forti, R. Paoletti, A. Scribano // Nucl. Instrum. Meth., 2007. Vol. A572, № 1.
- 7. Proceedings of the Sixth International Workshop on Ring Imaging Cherenkov Detectors / ed. by: A. Bressan, S. Dalla Torre, B. Gobbo, F. Tessarotto // Nucl. Instrum. Meth. 2008. Vol. A595,  $N^{\circ}$  1.

# Глава 11

# ПРИНЦИП РАБОТЫ ЯДЕРНЫХ ФОТОЭМУЛЬСИЙ, КАМЕР ВИЛЬСОНА, ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕР

Эти приборы сделали очень большой вклад в развитие экспериментальной ядерной физики, но в данное время не имеют широкого применения. Здесь мы рассмотрим основные принципы работы и некоторые исторические моменты.

#### § 11.1. ЯДЕРНАЯ ФОТОЭМУЛЬСИЯ

Ядерные фотоэмульсии — это те же эмульсии, которые используют в фотографии, только у них бо́льшая толщина. Напомним, что такая эмульсия представляет собой желатин, в котором находятся «зерна» кристалликов бромистого серебра (рис. 11.1). В большинстве ядерных эмульсий размер зерен составляет 0.1...0.2 мкм. При помещении пленки в проявитель после попадания на нее света зерна, на которые падал свет, становятся черными. Оказалось, что ионизация от заряженной частицы воздействует на зерна таким же образом, как и свет. Это первый прибор, на котором было зарегистрировано воздействие радиации — открытие А. А. Беккереля 1893 года. Сделано оно было совершенно случайным образом. В сейф, в котором Беккерель хранил изотопы, были помещены фотопластинки. На этих пластинках обнаружилось почернение.



*Рис. 11.1.* Ядерная фотоэмульсия под микроскопом

Дальнейшие исследования подтвердили, что пленка чернеет от ядерных частиц. Пространственная точность в эмульсии рекордно высокая и достигает 1 мкм.

Крупный скачок в направлении использования ядерных фотоэмульсий произошел после Второй мировой войны. Тогда стали широко исследовать космические лучи, для регистрации которых ядерная фотоэмульсия является идеальным прибором (к зонду привязывали пачку пластинок и затем смотрели образованные на них следы). На рис. 11.2 представлены следы частиц, полученные в этих экспериментах. В дальнейшем ядерные фотоэмульсии начали использовать также и на ускорителях. Особенно ценными они оказались при исследовании короткоживущих частиц, когда можно видеть распады этих частиц.

Обработка данных с фотоэмульсий производится с помощью микроскопа. В плоскости эмульсии координаты измеряются перемещением микроскопа (точность примерно 1 мкм), а по глубине — настройкой по резко-



*Рис. 11.2.* Следы частиц, полученные в экспериментах с космическими лучами (белый и черный цвета инвертированы)

сти с помощью объектива (точность примерно 10...30 мкм).

Использовались также эмульсии в несколько слоев — так называемые эмульсионные камеры. Многослойная структура, а не один толстый слой, использовалась по причине того, что эмульсии делаются за некоторое время до проведения эксперимента. За это время через эмульсии пролетают космические частицы и оставляют следы. Если слои хранить в разных местах, то в дальнейшем нужные треки удается отделить от фоновых.

Самым крупным недостатком ядерных эмульсий является очень трудоемкий ручной процесс обработки. Поэтому создавались международные коллаборации для обработки экспериментальных данных с ядерных эмульсий.

В Институте ядерной физики Л. М. Барков одно время ставил эксперименты по измерению магнитного момента  $\Lambda$ -гиперона на ВЭПП-3 с магнитными полями примерно 0.5 МГс. Такие поля можно сделать только взрывным образом. Конечно, ядерная эмульсия при этом разлеталась в разные стороны, однако все равно оставались кусочки, которые можно было обработать. Для такого типа уникальных экспериментов другого метода регистрации и не существует.

Это очень простой прибор, но требует большого труда по обработке. Поэтому везде, где можно провести эксперимент с помощью обычных приборов, работающих с компьютерами, обходятся без эмульсий. Тем не менее целая эпоха исследования  $\pi$ -мезонов и космических частиц прошла с использованием ядерных фотоэмульсий.

### § 11.2. КАМЕРЫ ВИЛЬСОНА

Эти камеры были предложены в 1912 году Ч.Т.Р. Вильсоном. В 1927 году ему была присуждена Нобелевская премия за изобретение «метода визуального обнаружения траекторий электрически заряженных частиц с помощью конденсации пара».



Puc. 11.3. Принцип работы камеры Вильсона

Рассмотрим принцип работы камеры Вильсона (на рис. 11.3 изображена ее схема). В стеклянном сосуде находится газ, в котором имеются пары́ жидкости, например, воды или спирта. Пар находится в насыщенном состоянии. Одна из стенок сосуда подвижна, что позволяет изменять объем газа. При пролете частицы срабатывает схема совпадения, которая запускает механику, увеличивающую объем сосуда. Это адиабатический процесс, при котором происходит

снижение температуры газа. При этом пары оказываются в переохлажденном состоянии. Процесс образования капелек воды из переохлажденного газа происходит случайным образом за счет флуктуаций плотности пара или на пылинках. Оказалось, что там, где произошла ионизация газа, капельки образуются быстрее — это и было основное открытие Ч. Т. Р. Вильсона.

Поэтому после расширения камеры достаточно долго еще видны капельки по траектории частицы и нет капелек в объеме камеры. В это время производятся засветка и фотографирование. Дальше объем камеры возвращается к первоначальному состоянию с тем, чтобы во всем объеме камеры не было образовано тумана. Тем не менее требуется время 1...10 мин для того, чтобы весь объем газа и пара в камере перешел в стационарное состояние. Это и есть мертвое время камеры. Полный цикл изменения давления в камере Вильсона показан на рис. 11.4.



*Puc. 11.4.* Давление в камере Вильсона в процессе работы

Этот эффект аналогичен тому, что происходит при образовании утренней росы. Днем происходит испарение воды и образуется большое количество пара. Ночью температура падает и пар оказывается в переохлажденном состоянии. Мы видим туман и капельки росы.

Очень важное свойство камеры Вильсона — наличие времени памяти. Это время равно примерно 10 мс, что позволяет делать цикл в камере после пролета частицы.

Отметим, что камеры Вильсона внесли очень большой вклад в развитие физики элементарных частиц. Было проведено много различных экспериментов, например, в 1929 году советский физик Д.В. Скобельцын предложил помещать камеры Вильсона в магнитное поле. Это позволило изучать электромагнитные ливни —



*Рис. 11.5.* Развитие электромагнитного ливня в камере Вильсона



*Рис. 11.6.* Первое наблюдение позитрона. Фотография с камеры Вильсона

в камере Вильсона наблюдалась картина развития ливня (рис. 11.5). В 1932 году американский физик К. Андерсон открыл позитрон в космических лучах (рис. 11.6). Очень долгое время эти детекторы работали и в экспериментах на ускорителях. Были исследованы процессы рождения π-мезонов, барионов, гиперонов. Камеры Вильсона были основным инструментом на ускорителях до тех пор, пока в строй не вошли пузырьковые камеры.

# § 11.3. ПУЗЫРЬКОВЫЕ КАМЕРЫ

Пузырьковые камеры были предложены американским физиком Д. Глэзером в 1952 году. В 1960 году ему была присуждена Нобелевская премия «за изобретение пузырьковой камеры».

Принцип работы этих камер основан на применении перегретой жидкости. Здесь опять же используется фазовый переход из одного состояния в другое: перегретая жидкость должна начать кипеть. Рассмотрим сосуд с жидкостью (рис. 11.7). Сосуд имеет стеклянные окна, у



*Puc. 11.7.* Принцип работы пузырьковой камеры

которых расположены фотоаппараты. Как правило, используется много фотоаппаратов для получения стереоизображения. Давление в камере регулируется.



*Puc. 11.8.* Изменение давления в пузырьковой камере в процессе работы

Картина давления в зависимости от времени представлена на рис. 11.8. Если в прочном сосуде нагреть воду до температуры примерно 150°С, то давление в нем составит 20...30 атм. При открытии крышки сосуда вода закипит. С другой стороны, высоко в горах воду выше 70 °С не нагреть. Это свойство зависимости температуры кипения от давления и используется в пузырьковых камерах. При сбросе давления жидкость оказывается в перегретом состоянии.

В первую очередь жидкость закипит либо рядом с соринками-пылинками, где и образуются пузырьки, либо в местах флуктуации самой плотности жидкости. Оказалось, что при пролете частицы в местах ионизации пузырьки образуются раньше, чем в окружающей жидкости. Это и было открытием Глэзера.

Рассмотрим процесс роста пузырьков. Предположим, что в жидкости какимто образом образовался пузырек пара радиусом r. Дальнейшая судьба пузырька зависит от его радиуса. Снаружи на пузырек действует гидростатическое давление p и давление поверхностного натяжения  $\frac{2\sigma}{r}$ , а изнутри — давление насыщенного пара  $p_{\rm H, II}$ . Пузырек будет расти, если

$$p_{\text{H. II}} > \frac{2\sigma}{r} + p$$

Отсюда легко получить, что

$$r > r_{\rm Kp} = \frac{2\sigma}{p_{\rm H,\,\Pi} - p} \,.$$

Механизм образования пузырьков на траектории частицы заключается в следующем. Маленьким пузырькам дорасти до критического радиуса помогают два эффекта. В месте выделения ионизации несколько выше температура, поэтому давление насыщенного пара там больше. Кроме того, электрон-ионные пары, образованные в процессе ионизации на поверхности пузырька, могут флуктуировать таким образом, что с разных сторон пузырька образуются заряды одного знака. В результате появляются электростатические силы, которые расталкивают пузырек.

К сожалению, у пузырьковой камеры отсутствует время памяти. Поэтому, как правило, пузырьковые камеры работают на ускорителе в следующем цикле. Сначала производится сброс давления, затем из ускорителя выпускаются частицы в пузырьковую камеру. Через некоторое время, необходимое для роста пузырьков от частиц, производится засветка и фотографирование. Восстанавливается стационарное давление. После этого в камере в течение некоторого времени рассасываются пузырьки. Это и есть мертвое время пузырьковой камеры — оно равно примерно 1 с, что в сотни раз меньше, чем в камере Вильсона. Другим важным преимуществом пузырьковой камеры является то, что здесь используется жидкость, а в камере Вильсона — газ. Это значит, что плотность у детектора на три порядка выше. В качестве вещества в пузырьковой камере использовали жидкий водород, жидкий дейтерий, а также жидкий фреон для регистрации γ-квантов. У фреона радиационная единица намного меньше, чем у водорода. Пространственное разрешение у камер может достигать нескольких микрометров.

Для работы с пузырьковой камерой делались специальные каналы, в которых с помощью магнитных и электростатических полей отбирались частицы одного типа (например,  $p, K, \pi$ ) с определенным импульсом. Такие частицы вводились в пузырьковую камеру. Для этой задачи обычно использовалась только часть времени ускорителя, и, как правило, ускоритель одновременно работал и на пузырьковую камеру, и на другие эксперименты. В таком режиме пузырьковые камеры работали круглосуточно месяцами. На пузырьковых камерах был получен очень большой объем информации по физике элементарных частиц (например, рис. 11.9). Заметное снижение работ на пузырьковых камерах началось тогда, когда вступили в строй детекторы на основе многопроволочных пропорциональных камера.



*Рис. 11.9.* Первое наблюдение очарованного бариона. Фотография с пузырьковой камеры лаборатории Брукхевена

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Групен К. Детекторы для ионизационных и трековых измерений / К. Групен // Детекторы элементарных частиц : пер. с англ. Новосибирск : Сиб. хронограф, 1999. С. 56–149.
- 2. Клайнкнехт К. Измерение координаты / К. Клайнкнехт // Детекторы корпускулярных излучений : пер. с нем. М. : Мир, 1990. С. 76–113.
- 3. Росси Б. Экспериментальные методы / Б. Росси // Частицы больших энергий : пер. с англ. М. : ГИТТЛ, 1955. С. 114–175.
- Абрамов А. И. Трековые детекторы / А. И. Абрамов, Ю. А. Казанский // Основы экспериментальных методов ядерной физики / А. И. Абрамов, Ю. А. Казанский, Е. С. Матусевич. — М. : Атомиздат, 1977. — С. 247–296.
- 5. Штауб Г. Методы регистрации / Г. Штауб // Экспериментальная ядерная физика : пер. с англ. / под ред. Э. Сегре. М. : Иностран. лит., 1955. Т. 1. С. 7–141.
- 6. Fowler P. H. The Study of Elementary Particles by the Photographic Method / C. F. Powell, P. H. Fowler, D. H. Perkins. London: Pergamon Press, 1959. 669 p.

# Глава 12

# МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЭНЕРГИИ ЧАСТИЦ

# § 12.1. ИЗМЕРЕНИЕ ПО ПРОБЕГУ

В разделе 1.4 была получена зависимость пробега от скорости частиц:

$$R = \frac{M}{z^2} \Phi(\upsilon, z_0) \,.$$

Используя эту зависимость, можно определить энергию частицы, измерив ее пробег в каком-либо материале. Данный метод применим для частиц и энергий, где другими процессами, кроме ионизационных потерь, можно пренебречь. Сформулируем более четкие критерии.

Электроны. Метод применим, если:

$$E_e \ll \varepsilon_{\rm KP}$$
.

Например, для свинца:  $E_e \ll 10 \text{ MэB}$ .

**Адроны.** Метод работает, если ионизационный пробег много меньше ядерного пробега:

$$R_{\rm ион} \ll L_{
m s}$$
 .

 $L_{\rm g} = 50 \dots 100 \, \frac{\Gamma}{{\rm cm}^2}$ . Более подробные данные можно узнать в обзорах Particle

Data Group.

**Мюоны.** Фактически, это единственные частицы, для которых метод измерения энергии по пробегу хорошо работает для всех энергий, достигнутых на современных ускорителях.

## § 12.2. МАГНИТНЫЕ СПЕКТРОМЕТРЫ

#### 12.2.1. Принцип метода

В магнитных спектрометрах измеряется импульс заряженной частицы по радиусу кривизны траектории в магнитном поле. Удобная формула для связи импульса однозарядной частицы (pc), индукции магнитного поля H и радиуса кривизны  $\rho$ следующая:

$$(pc)_{[\mathfrak{B}]} = 300 \cdot H_{[\Gamma c]} \cdot \rho_{[cM]}$$
.

Обычно в экспериментах радиус кривизны измеряется на некоторой части траектории (рис. 12.1). Измеряется длина хорды a и стрелка прогиба h. Нетрудно получить:



$$\rho^{2} = \left(\frac{a}{2}\right)^{2} + (\rho - h)^{2}, \qquad (12.1)$$

$$\rho = \frac{a^2}{8h} + \frac{h}{2} \,. \tag{12.2}$$

Ошибка измерения радиуса:

$$\sigma_{\rho}^{2} = \left(\frac{\partial\rho}{\partial a}\right)^{2} \sigma_{a}^{2} + \left(\frac{\partial\rho}{\partial h}\right)^{2} \sigma_{h}^{2},$$
  

$$\frac{\partial\rho}{\partial a} = \frac{a}{4h},$$
  
Рис. 12.1. Траектория части-  
цы в магнитном поле  

$$\frac{\partial\rho}{\partial h} = \left(\frac{1}{2} - \frac{a^{2}}{8h^{2}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{a^{2}}{4h^{2}}\right).$$

Относительная ошибка измерения импульса за счет неточности измерения радиуса:

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{a}{4h}\right)^2 \left(\frac{\sigma_a}{\rho}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{a^2}{4h^2}\right)^2 \left(\frac{\sigma_h}{\rho}\right)^2}.$$
(12.3)

Обычно для измерения траектории используются трековые приборы, в которых точность измерения h и a примерно одинакова:  $\sigma_h \approx \sigma_a$ .

# 12.2.2. Малый угол поворота

Как правило, в детекторах элементарных частиц измерение импульса производится на малом углу поворота траектории α. В таком случае

$$lpha \ll 1 \,, \qquad rac{a}{h} \gg 1 \,,$$
 $a^2$ 

 $\mathbf{a}$ 

$$\rho = \frac{a^2}{8h} \,.$$

В случае  $\sigma_a \approx \sigma_h$  получим

$$\frac{\sigma_{\rho}}{\rho} = \frac{1}{8} \frac{a^2}{h^2} \frac{\sigma_h}{\rho}$$

Выразив h через a и  $\rho$ , запишем

$$\frac{\sigma_{\rho}}{\rho} = \frac{8\rho}{a^2}\sigma_h ,$$

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_{\rho}}{\rho} = \frac{8(pc)_{[\Im B]}}{300H_{[\Gamma c]} \cdot a_{[CM]}^2} \sigma_{h[CM]} .$$
(12.4)

цы

В области больших энергий удобно выражать импульс в  $\Gamma$ эВ/c, магнитную индукцию в килогауссах, а длину в метрах. В этом случае формула (12.4) примет вид

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{800}{3} \frac{(pc)_{[\Gamma \ni B]}}{H_{[\kappa \Gamma c]} a_{[M]}^2} \sigma_{h[M]} \,.$$

# 12.2.3. Спектрометр с 180°-фокусировкой

Интересным вариантом магнитных спектрометров являются такие, в которых траектория частицы описывает половину окружности. Здесь получены высокие точности измерения импульса частицы. В них требуется измерение только одной координаты в точках влета и вылета частицы. На рис. 12.2 показана схема такого спектрометра. Измеряется только координата x. Изображено два случая: когда частица влетает перпендикулярно оси x (сплошные линии) и под углом  $\alpha$  (штриховые линии). Для перпендикулярно падающей частицы

$$a = 2\rho, \qquad h = \rho, \qquad a = 2h.$$

Из (12.3) получаем

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_a}{a} \,.$$

Для частиц, влетающих под углом  $\alpha$  (рис. 12.2):

$$\cos \alpha = \frac{2\rho - \Delta x}{2\rho} = 1 - \frac{\Delta x}{2\rho} \,.$$

Для  $\alpha \ll 1$ 

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} = 1 - \frac{\Delta x}{2\rho}.$$



Рис. 12.2. Спектрометр с 180°-фокусировкой

Откуда

$$\Delta x = \alpha^2 \rho \approx \alpha^2 \frac{a}{2}$$

Незнание угла влета частицы вносит вклад в ошибку измерения импульса. Например, для  $\alpha = 6^{\circ} \approx 0.1$  ошибка в измерении импульса за счет угла ( $\sigma_a \equiv \Delta x$ ):

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\Delta x}{a} \approx 0.5 \% \,.$$

Такие спектрометры, как правило, используются при измерении импульсов частиц, не превышающих 0.1...0.3 ГэВ/c, когда размеры магнита еще не очень большие.

# 12.2.4. Парный магнитный спектрометр

Такие спектрометры используются для измерения с высокой точностью энергий ү-квантов. На рис. 12.3 показана схема спектрометра: ү-квант падает на мишень, в которой происходит рождение электрон-позитронной пары:


 $\gamma + z_0 \longrightarrow e^+ + e^- + z_0$ .

Мишень находится в магнитном спектрометре со 180°-фокусировкой. Измеряются импульсы электрона и позитрона. Можно записать:

$$E_{\gamma} = E_{e^+} + E_{e^-} + E_{\text{ион}} + E_{\text{торм}}$$

Рис. 12.3. Парный магнитный спектрометр

где Еион — энергия, теряемая электроном и позитроном в мишени после рождения пары;  $E_{\text{торм}}$  – тормозные потери электрона и позитрона в мишени.

Принципиальный вопрос здесь — толщина мишени. От нее зависят  $E_{ион}$ ,  $E_{торм}$ , а также эффективность конверсии у-квантов. Тормозные потери и эффективность линейно зависят от толщины в радиационных единицах, ионизационные потери — от толщины в граммах на квадратный сантиметр. Ясно, что лучшим вариантом является мишень с большим значением  $z_0$ . Как правило, это W или Pb. Например, для <br/>  $\gamma$ -кванта с энергией 100 МэВ и свинцовой мишени <br/>с $\frac{t}{--}=0.01$ ионизационные потери электрон-позитронной пары составляют примерно 0.2 МэВ, а тормозные — примерно 1 МэВ. Эффективность регистрации  $\gamma$ -кванта  $\varepsilon = 1$ %, а ошибка в измерении энергии γ-кванта, связанная с толщиной мишени, примерно равна 1%.

## § 12.3. СЧЕТЧИКИ ПОЛНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ (КАЛОРИМЕТРЫ)

## 12.3.1. Идея метода



Пусть на некоторый материал падает электрон с  $E \gg \varepsilon_{\rm kp}$ . Как было рассмотрено в главе 4, в среде развивается электромагнитный ливень (рис. 12.4). Если размеры материала достаточно велики, то в нем поглощается основная доля энергии ливня. Но некоторая часть энергии все же выходит. Запишем выходящую энергию в виде

Рис. 12.4. Счетчик полного поглощения

$$E_{\text{BMX}} = kE$$

В некотором диапазоне энергий коэффициент k можно считать не зависящим от энергии. Как нам известно, поперечный размер ливня не зависит от начальной энергии электрона, а продольный размер изменяется, но слабо. Положение максимума изменяется по следующему закону:

$$t_{\max} \sim \ln \frac{E}{\varepsilon_{\kappa p}}$$
.

Измеряя энергию, выделившуюся в материале, можно определить энергию падающего электрона ( $\gamma$ -кванта). Сделаем грубую оценку зависимости энергетического разрешения такого счетчика от энергии падающей частицы. Из материала наружу в основном выходят  $\gamma$ -кванты, у которых коэффициент поглощения имеет наименьшее значение. Обозначим энергию таких  $\gamma$ -квантов как  $\omega_{\min}$ . Тогда можно оценить число выходящих  $\gamma$ -квантов:

$$N_{\gamma} \approx \frac{E_{\text{вых}}}{\omega_{\min}} = \frac{kE}{\omega_{\min}} \,.$$

Флуктуации этого числа следующие:

$$\sigma_{N_{\gamma}} \approx \sqrt{N_{\gamma}} = \sqrt{\frac{kE}{\omega_{\min}}}$$

Флуктуации выходящей энергии (или, что то же самое, флуктуации энергии, выделившейся в калориметре):

$$\sigma_E pprox \omega_{\min} \sigma_{N_\gamma} = \sqrt{\omega_{\min} k E}$$
 .



*Рис. 12.5.* Энергетическое разрешение калориметра

Откуда относительные флуктуации измеряемой энергии падающих частиц:

$$\frac{\sigma_E}{E} \approx \frac{\sqrt{\omega_{\min} k E}}{E} = \frac{\sqrt{\omega_{\min} k}}{E} \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \,.$$

Однако надо помнить, что с ростом энергии увеличивается продольный размер ливня. Соответственно увеличивается доля выходящей энергии k. Поэтому при достаточно больших энергиях разрешение калориметра может ухудшаться (рис. 12.5).

Есть много разных вариантов счетчиков полного поглощения. Они в основном различаются методом измерения энергии ливня. Дальше мы рассмотрим основные классы таких счетчиков.

#### 12.3.2. Счетчик типа «сэндвич»

Счетчики этого типа состоят из чередующихся слоев радиатора и детекторов (рис. 12.6). Непосредственно измеряется только энергия, выделившаяся в детекторах. Обычно в качестве радиаторов используются свинцовые пластины. Применяются различные типы детекторов.

## 1. Газовые детекторы

Обычно используются пропорциональные камеры разных типов. Энергетическое разрешение в основном определяется флуктуациями энергии, оставляемой ливнем в газе. Типичное энергетическое разрешение

$$\frac{\sigma_E}{E} \simeq \frac{20\,\%}{\sqrt{E_{[\Gamma \ni B]}}} \,.$$



*Рис. 12.6.* Счетчик типа «сэндвич»

## 2. Сцинтилляторы

Обычно используют пластические сцинтилляторы. Характерные значения энергетического разрешения

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{(5\dots 15)\,\%}{\sqrt{E_{[\Gamma \ni B]}}}\,.$$

## 3. Счетчики на основе жидких благородных газов

Хорошее энергетическое разрешение достигается при использовании в качестве детектирующих слоев ионизационных камер на основе жидких благородных газов (аргон, криптон, ксенон):

$$\frac{\mathbf{\sigma}_E}{E} = \frac{(5\dots10)\,\%}{\sqrt{E_{[\Gamma \ni B]}}}$$

## 12.3.3. Счетчики с гомогенным радиатором

Весь объем счетчика одновременно является и радиатором, и детектирующей средой. Существуют следующие типы таких счетчиков.

#### 1. Черенковские счетчики

В качестве радиатора обычно используется свинцовое стекло и различные прозрачные кристаллы с малой радиационной длиной. Регистрируется черенковский свет, излученный заряженными частицами в объеме счетчика. Энергетическое разрешение в таких калориметрах определяется в основном флуктуациями числа фотоэлектронов:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{(5\dots10)\,\%}{\sqrt{E_{[\Gamma \ni B]}}}$$

## 2. Калориметры на основе жидких благородных газов

В основном используется жидкий криптон и жидкий ксенон. Жидкий аргон не применяется, потому что у него большая радиационная длина (табл. 12.1). Такой калориметр представляет собой жидкость, разделенную электродами. Электроды изготовляются из тонких стеклотекстолитовых пластин, покрытых медной фольгой. Для измерения координаты электроды делаются в виде полосок или пэдов. Калориметр работает в режиме ионизационной камеры. Достигнутое энергетическое разрешение:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{2\,\%}{\sqrt{E_{[\Gamma \Rightarrow B]}}}$$

В ИЯ<br/>Ф СО РАН на детекторе КЕДР работает калориметр на основе жидкого крипто<br/>на, масса криптона 27 Т.

## 3. Калориметры на основе тяжелых сцинтилляторов

В таких калориметрах используются сцинтилляционные кристаллы с малой радиационной длиной: NaI(Tl), CsI(Tl), BGO (табл. 12.1). Получаемое энергетическое

Таблица 12.1

Некоторые свойства радиаторов, применяемых в калориметрах

Вещество	Х <sub>0</sub> , см	Плотность, $\Gamma/cm^2$
LAr	14	1.4
m LKr	4.6	2.43
LXe	2.8	3.06
NaI(Tl)	2.59	3.67
CsI(Tl)	1.86	4.51
BGO	1.12	7.13

разрешение

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{(1\dots 2)\,\%}{\sqrt{E_{[\Gamma \ni B]}}}\,.$$

Несколько примеров калориметров данного типа:

• калориметр детектора СНД (ИЯФ СО РАН) на основе NaI(Tl), общая масса кристаллов 3.5 T;

• калориметр детектора КЕДР (ИЯФ СО РАН) на основе CsI(Tl) массой около 3 T;

• на В-фабриках в детекторах Belle (КЕК, Япония) и BaBar (СЛАК, США) калориметры на основе CsI(Tl) с общей массой кристаллов около 40 T.

## 12.3.4. Точность измерения координаты ү-кванта

В калориметрах на основе сцинтилляционных кристаллов координата падающего фотона определяется по измерению положения центра тяжести ливня. Точность измерения координаты зависит от энергии *γ*-кванта:

$$\sigma_{\gamma} \sim \frac{1}{\sqrt{E_{\gamma}}} \, . \label{eq:sigma_sig$$

Для  $E_{\gamma} = 100 \, \text{МэВ}$ 

$$\sigma_{\gamma} \simeq 1 \, \mathrm{cm}$$
.

В жидкокриптоновом калориметре детектора КЕДР, в его части, ближней к месту встречи, часть электродов выполнена в виде полосок, расположенных перпендикулярно направлению движения частицы. Это позволяет измерять координаты точки, где  $\gamma$ -квант рождает электрон-позитронную пару. При энергии  $E_{\gamma} = 100$  МэВ координатное разрешение

$$\sigma_{\gamma} \simeq 0.1 \, \text{cm}$$

Такой же метод используется и в калориметрах типа «сэндвич» на основе пропорциональных камер.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Абрамов А. И. Спектрометрия заряженных частиц / А. И. Абрамов // Основы экспериментальных методов ядерной физики / А. И. Абрамов, Ю. А. Казанский, Е. С. Матусевич. М. : Атомиздат, 1977. С. 337–364.
- Групен К. Измерение энергии / К. Групен // Детекторы элементарных частиц : пер. с англ. — Новосибирск : Сиб. хронограф, 1999. — С. 203–253.
- 3. Клайнкнехт К. Измерение энергии / К. Клайнкнехт // Детекторы корпускулярных излучений : пер. с нем. М. : Мир, 1990. С. 161–179.
- 4. High-efficient pair magnetic spectrometer / P. I. Golubnichiy [et al.] // Nucl. Instrum. Meth.  $-1969.-{\rm Vol.}\ 67.-{\rm P.}\ 22{\text -}28.$
- Fabjan C. W. Calorimetry for particle physics / C. W. Fabjan, F. Gianotti // Rev. Mod. Phys. - 2003. - Vol. 75. - P. 1243-1286.
- 6. Peleganchuk S. Liquid noble gas calorimeters at Budker INP / S. Peleganchuk // Nucl. Instrum. Meth.-2009.-Vol. A598.-P. 248–252.
- 7. Shwartz B. A. Crystal calorimeters / B. A. Shwartz // Nucl. Instrum. Meth. $-\,2002.-$ Vol. A494. $-\,{\rm P}.$  288–297.

часть III

# СТАТИСТИКА В ЯДЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

# Глава 13

# ИНТЕРВАЛ ВРЕМЕНИ МЕЖДУ СОБЫТИЯМИ ЗАКОН ПУАССОНА

# § 13.1. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕРВАЛОВ ВРЕМЕНИ МЕЖДУ СОБЫТИЯМИ

Рассмотрим распределение интервалов времени между статистически независимыми событиями. Для определенности возьмем изотоп и прибор, который регистрирует частицы, излученные этим изотопом. Естественно определить среднее число событий в единицу времени как

$$n_0 = \lim_{t \to \infty} \frac{N}{t} \,,$$

где *N* — число событий за время *t*, и среднее время как

$$\bar{t} = \lim_{N \to \infty} \frac{t}{N} = \frac{1}{n_0} \,.$$

Рассмотрим интервал времени  $\Delta t$ , много меньше  $\bar{t}$ . Вероятность того, что в интервале  $\Delta t$  будет одно событие:

$$p(1,\Delta t) = n_0 \Delta t \ll 1.$$

Вероятность того, что в этот интервал попадет два события:

$$p(2,\Delta t) = [p(1,\Delta t)]^2 = (n_0\Delta t)^2 = n_0^2(\Delta t)^2 \ll p(1,\Delta t);$$

вероятность того, что в интервале  $\Delta t$  будет ноль событий:

$$p(0, \Delta t) = 1 - p(1, \Delta t) = 1 - n_0 \Delta t$$

роятности обнаружения 0 со-

бытий

Найдем для такого интервала вероятность того, что будет ноль событий. Разобьем интервал t на маленькие интервалы  $\Delta t$  (рис. 13.1): Рис. 13.1. К определению ве-

$$p(0,t) = [p(0,\Delta t)]^{\frac{t}{\Delta t}} = [1 - n_0 \Delta t]^{\frac{t}{\Delta t}}$$
 (13.1)

Теперь рассмотрим конечный интервал времени t.

Теперь можем записать вероятность p(0, t) в таком виде:



$$p(0,t) = \left[ (1 + (-n_0 \Delta t))^{-\frac{1}{n_0 \Delta t}} \right]^{-n_0 t}$$

*Рис. 13.2.* К определению распределения вероятности интервалов времени между событиями

Устремим 
$$\Delta t \to 0$$
, тогда пределом выражения  
в квадратных скобках будет  $\lim_{\alpha \to 0} (1 + \alpha)^{\frac{1}{\alpha}} \to e$ . По-  
лучим

$$p(0,t) = e^{-n_0 t} \,. \tag{13.2}$$

Запишем вероятность иметь интервал времени t между событиями (рис. 13.2). В интервале времени t должно быть ноль событий с вероятностью p(0,t), а в маленьком интервале dt вероятность одного события p(1,dt):

$$dp(t) = p(0,t)p(1,dt) = e^{-n_0 t} n_0 dt$$
,  $\frac{dp(t)}{dt} = e^{-n_0 t} n_0$ 

Полученная зависимость представлена на рис. 13.3. Как видно, наиболее вероятный интервал времени между двумя событиями равен нулю. Найдем теперь средний интервал между событиями:

$$\bar{t} = \int_0^\infty t \frac{dp}{dt} dt = \int_0^\infty t e^{-n_0 t} n_0 dt = \frac{1}{n_0} \,. \qquad \qquad \frac{dp(t)}{dt}$$

Определим величину флуктуаций этого интервала времени:

$$D(t) = \sigma_t^2 = \overline{(t - \overline{t})^2} = \overline{t^2} - (\overline{t})^2.$$

Найдем  $\overline{t^2}$ :

$$\overline{t^2} = \int_0^\infty t^2 \frac{dp}{dt} dt = \int_0^\infty t^2 e^{-n_0 t} n_0 dt = \frac{2}{n_0^2} \,.$$



*Рис. 13.3.* Распределение вероятности интервалов времени между событиями

Запишем дисперсию:

$$D(t) = \sigma_t^2 = \frac{2}{n_0^2} - \frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{n_0^2}.$$

Относительная дисперсия составит:

$$\frac{D(t)}{(t)^2} = \frac{\sigma_t^2}{(t)^2} = 1.$$
(13.3)

Таким образом, наиболее вероятный интервал времени между двумя событиями равен нулю, а дисперсия составляет 100%. Интересно, что события происходят во времени следующим образом: сначала произошло одно событие, затем рядом с ним произошло еще одно событие, а потом идет длинный интервал времени, когда нет событий.

## § 13.2. ЗАКОН ПУАССОНА

Получим распределение Пуассона. Найдем вероятность того, что за интервал времени t будет зарегистрировано N событий. Рассмотрим интервал времени t, к которому добавим маленький интервал dt. Запишем p(N, t + dt):

$$p(N,t+dt) = p(N,t)p(0,dt) + p(N-1,t)p(1,dt) + p(N-2,t)p(2,dt) + \dots =$$
  
=  $p(N,t)(1-n_0dt) + p(N-1,t)n_0dt + p(N-2,t)n_0^2(dt)^2 + \dots$  (13.4)

Также p(N, t + dt) можно представить как функцию dt и разложить эту функцию в ряд по параметру dt:

$$p(N, t + dt) = p(N, t) + \frac{dp(N, t)}{dt}dt + \frac{d^2p}{dt^2}(dt)^2 + \cdots$$
(13.5)

Приравняем выражения (13.4) и (13.5):

$$p(N,t)(1 - n_0 dt) + p(N - 1, t)n_0 dt + \dots = p(N,t) + \frac{dp(N,t)}{dt} dt + \dots,$$
  
-p(N,t)n\_0 dt + p(N - 1, t)n\_0 dt =  $\frac{dp(N,t)}{dt} dt$ ,

отсюда можно получить дифференциальное уравнение для распределения Пуассона:

$$\frac{dp(N,t)}{dt} + n_0 p(N,t) = n_0 p(N-1,t).$$
(13.6)

Решим это дифференциальное уравнение, для чего найдем сначала решение соответствующего однородного уравнения:

$$\frac{dp(N,t)}{dt} + n_0 p(N,t) = 0.$$
(13.7)

Будем искать решение в виде экспоненты  $p(N,t) = e^{kt}$ :

$$ke^{kt} + n_0e^{kt} = 0, \qquad k = -n_0.$$

Решение однородного уравнения (13.7):

$$p(N,t) = A(t)e^{-n_0 t}.$$

Далее решим неоднородное уравнение, для этого считаем, что Aесть функция  $A=A(t)\colon$ 

$$\frac{dA(t)}{dt}e^{-n_0t} - n_0A(t)e^{-n_0t} + n_0A(t)e^{-n_0t} = n_0p(N-1,t), \qquad (13.8)$$

$$\frac{dA(t)}{dt}e^{-n_0t} = n_0 p(N-1,t), \qquad (13.9)$$

откуда получим, что функция A(t) равна:

$$A(t) = \int_{0}^{t} e^{n_0 t} n_0 p(N-1, t) dt \,.$$

Теперь можно записать решение (13.6):

$$p(N,t) = e^{-n_0 t} \int_0^t e^{n_0 t} p(N-1,t) dt \,.$$

Получилась рекуррентная формула, которую можно «раскрутить», поскольку мы знаем значение p(0,t) (уравнение (13.2)):

$$p(0,t) = e^{-n_0 t}, \tag{13.10}$$

$$p(1,t) = e^{-n_0 t} \int_0^t e^{n_0 t} e^{-n_0 t} n_0 dt = e^{-n_0 t} (n_0 t), \qquad (13.11)$$

$$p(2,t) = e^{-n_0 t} \int_0^t e^{n_0 t} e^{-n_0 t} (n_0 t) n_0 dt = e^{-n_0 t} \frac{(n_0 t)^2}{2}.$$
 (13.12)

Теперь можно записать закон Пуассона:

$$p(N,t) = e^{-n_0 t} \frac{(n_0 t)^N}{N!}$$
.

Найдем  $\overline{N}$ :

$$\overline{N} = \sum_{N=0}^{\infty} Np(N,t) = \sum_{N=0}^{\infty} Ne^{-n_0 t} \frac{(n_0 t)^N}{N!} =$$
$$= \sum_{N=0}^{\infty} e^{-n_0 t} \frac{(n_0 t)^{N-1}}{(N-1)!} (n_0 t) =$$
$$= (n_0 t)e^{-n_0 t} e^{n_0 t} = n_0 t$$



Закон Пуассона можно записать через  $\overline{N}$ :

$$p_{\overline{N}}(N) = e^{-\overline{N}} \frac{(\overline{N})^N}{N!}.$$

Puc.13.4. Распределение Пуассона с $\overline{N}==0.1$ и $\overline{N}=4$ 

Для иллюстрации покажем, как выглядит закон Пуассона для  $\overline{N} = 0.1$  и  $\overline{N} = 4$  (рис. 13.4). Сформулируем условия применимости закона Пуассона.

1. Измеряемая величина принимает целочисленные положительные значения.

2. События, относящиеся к неперекрывающимся интервалам времени, статистически независимы.

3.  $p(1, \Delta t) \to 0$ , когда  $\Delta t \to 0$ . Это означает, что в распределении, которым мы занимаемся, нет  $\delta$ -функций.

# § 13.3. ДИСПЕРСИЯ ДЛЯ ЗАКОНА ПУАССОНА

Найдем дисперсию для закона Пуассона:

$$D(N) = \overline{(N - \overline{N})^2} = \overline{N^2} - (\overline{N})^2.$$

Получим  $\overline{N^2}$ . Здесь есть искусственный прием, заключающийся в том, что вместо  $\overline{N^2}$  ищется следующее выражение:

$$\overline{(N+2)(N+1)} = \sum_{N=0}^{\infty} (N+2)(N+1)e^{-n_0 t} \frac{(n_0 t)^N}{N!} = e^{-n_0 t} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{d^2}{d(n_0 t)^2} \frac{(n_0 t)^{N+2}}{N!} = e^{-n_0 t} \frac{d^2}{d(n_0 t)^2} \sum_{N=0}^{\infty} \left[ (n_0 t)^2 \frac{(n_0 t)^N}{N!} \right].$$
 (13.13)

Вспомним ряд Тейлора для экспоненты  $e^x = \sum_{\alpha=0}^{\infty} \frac{x^{\alpha}}{\alpha!}$  и запишем последнее выражение в следующем виде:

$$\overline{(N+2)(N+1)} = e^{-n_0 t} \frac{d^2}{d(n_0 t)^2} \left[ (n_0 t)^2 e^{n_0 t} \right] \,.$$

Возьмем первую производную:

$$\overline{(N+2)(N+1)} = e^{-n_0 t} \frac{d}{d(n_0 t)} \left[ 2(n_0 t)e^{n_0 t} + (n_0 t)^2 e^{n_0 t} \right] = e^{-n_0 t} \frac{d}{d(n_0 t)} \left\{ \left[ 2(n_0 t) + (n_0 t)^2 \right] e^{n_0 t} \right\}.$$
 (13.14)

Теперь возьмем вторую производную:

$$\overline{(N+2)(N+1)} = e^{-n_0 t} \left\{ [2+2(n_0 t)]e^{n_0 t} + [2(n_0 t) + (n_0 t)^2]e^{n_0 t} \right\} = 2 + 2(n_0 t) + 2(n_0 t) + (n_0 t)^2 = (n_0 t)^2 + 4(n_0 t) + 2. \quad (13.15)$$

С другой стороны:

$$\overline{(N+2)(N+1)} = \overline{N^2} + 3\overline{N} + 2\,,$$

откуда

$$D(N) = \overline{N^2} - (\overline{N})^2 = \overline{N}, \qquad \sigma = \sqrt{\overline{N}}, \qquad \frac{\sigma(N)}{\overline{N}} = \frac{1}{\sqrt{\overline{N}}}.$$

Если мы измерили один раз скорость счета G какого-то процесса и знаем, что этот процесс подчиняется закону Пуассона, то по результатам измерений можно написать  $G = \overline{N} \pm \sqrt{\overline{N}}$ .

## § 13.4. ЗАКОН ГАУССА

Для статистически независимых событий, которые не являются целочисленными, распределение описывается плотностью вероятности, которая часто дается законом Гаусса (рис. 13.5):

$$dp(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Если мы измеряем некоторую величину G и получили значение  $A \pm \sigma$ , то можем записать, что она равна  $G = A \pm \sigma$  с вероятностью 68.27%, или  $G = A \pm 2\sigma$  с вероятностью 95.45%, или  $G = A \pm 3\sigma$  с вероятностью 99.73%.



Рис. 13.5. Распределение Гаусса

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Гольданский В. И. Закон Пуассона / В. И. Гольданский, А. В. Куценко, М. И. Подгорецкий // Статистика отсчетов при регистрации ядерных частиц. М. : Физматгиз, 1959. С. 14–64.
- Козодаев М. С. Некоторые сведения о законах, которым подчиняются случайные величины / М. С. Козодаев // Детекторы элементарных частиц / В.И. Калашникова, М. С. Козодаев. — М. : Наука, 1966. — С. 242–295.
- 3. Худсон Д. Введение в теорию вероятностей / Д. Худсон // Статистика для физиков : пер. с англ. М. : Мир, 1967. С. 11–47.
- 4. Матусевич Е. С. Статистические флуктуации в ядерных явлениях и при их регистрации / Е. С. Матусевич // Основы экспериментальных методов ядерной физики / А. И. Абрамов, Ю. А. Казанский, Е. С. Матусевич. М. : Атомиздат, 1977. С. 5–29.
- 5. Тейлор Дж. Распределение Пуассона / Дж. Тейлор // Введение в теорию ошибок : пер. с англ. М. : Мир, 1985. С. 213–222.
- 6. Knoll G. F. Counting Statistics and Error Prediction / G. F. Knoll // Radiation Detection and Measurement. New York : Wiley, 2000. P. 65–102.

# Глава 14

# МЕРТВОЕ ВРЕМЯ СЛУЧАЙНЫЕ СОВПАДЕНИЯ

## § 14.1. МЕРТВОЕ ВРЕМЯ ПРИБОРОВ ПРОСЧЕТЫ

Мертвое время прибора — это время, которое должно пройти с момента регистрации одной частицы до момента, когда он будет готов к регистрации следующей.

# 14.1.1. Два типа мертвого времени приборов

Существует два типа мертвого времени: продлевающегося и непродлевающегося типа. Рассмотрим рис. 14.1. Происходит событие, после которого у прибора наступает мертвое время  $\tau$ . Если второе событие произошло до окончания первого мертвого времени, то у прибора с мертвым временем продлевающегося типа этот промежуток времени будет продлен на промежуток времени, равный мертвому времени прибора. У прибора с мертвым временем непродлевающегося типа следующее событие будет зарегистрировано только после окончания промежутка времени, равного мертвому времени прибора.



Рис. 14.1. Два типа мертвого времени

В качестве примера прибора с продлевающимся мертвым временем можно рассмотреть механическую систему, используемую для счета импульсов. Импульс тока приходит на катушку, соединенную через пружину со специальным стержнем. Возникающее магнитное поле оттягивает стержень, который в свою очередь через систему зубьев поворачивает колесико. По окончании импульса тока поле исчезает, пружина разжимается и стержень встает на свое место. Если во

время прихода второго импульса тока первый импульс еще не закончился, то стержень останется в оттянутом положении и поворота колесика не произойдет, следовательно, второй импульс посчитан не будет.

Примером прибора с мертвым временем непродлевающегося типа может служить гейгеровский счетчик. Пока весь заряд от первой частицы не рассосется, следующие частицы никакого следа не оставят.

Из трех событий, изображенных на рис. 14.1, прибор с продлевающимся мертвым временем зарегистрирует только одно событие, а прибор с непродлевающимся мертвым временем — два.

Рассмотрим вопрос о просчетах для приборов с продлевающимся мертвым временем. В момент времени длительностью *dt* происходит некоторое событие,

найдем вероятность того, что это событие будет зарегистрировано. Это означает, что в течение времени τ (рис. 14.2) не было событий, а в интервале *dt* — произошло одно событие:



*Рис. 14.2.* К вычислению скорости счета для прибора с продлевающимся мертвым временем



*Рис. 14.3.* Скорость счета событий для приборов с продлевающимся мертвым временем



Рис. 14.4. Скорость счета событий для приборов с непродлевающимся мертвым временем

$$dp = p(0,\tau)p(1,dt) = e^{-n\tau}ndt$$

где *n* — среднее число событий в единицу времени. Вероятность в единицу времени

$$\frac{dp}{dt} = m = e^{-n\tau}n$$

есть скорость счета событий (рис. 14.3). Нетрудно получить, что максимальная скорость счета

$$m_{\max} = \frac{1}{e\tau}$$
.

В приборах с непродлевающимся мертвым временем каждое срабатывание приводит к появлению мертвого времени  $\tau$ . Возьмем интервал времени 1 с, за это время пришло n событий и зарегистрировано m событий. Суммарное мертвое время равно

$$\Delta t = \tau m$$
.

За это время число просчетов n - m:

$$n-m=\Delta t\cdot n=\tau mn\,,$$

отсюда скорость счета составит

$$m = \frac{n}{1 + \tau n} \,. \tag{14.1}$$

Полученная зависимость представлена на рис. 14.4, асимптотическое значение  $m_{\text{max}}$ :

$$m_{\max} = \frac{1}{\tau}.$$

При работе с большим числом просчетов необходимо знать принцип работы счетного прибора. Очень часто сложно определить тип мертвого времени прибора и точно измерить величину мертвого времени. Поэтому, как правило, экспериментаторы работают в условиях с малыми просчетами, т.е. когда  $n\tau \ll 1$ . В этом случае для прибора с мертвым временем продлевающегося типа можно записать:

$$m = e^{-n\tau} n \approx \frac{n}{1+\tau n}$$
.

Теперь формула скорости счета для продлевающего и непродлевающего мертвого времени одинакова.

### § 14.2. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ

Существует много разных методов измерения мертвого времени, рассмотрим два наиболее популярных метода. Будем исходить из того, что мы работаем в условиях с малыми просчетами  $n\tau \ll 1$ .

## 14.2.1. Два источника

Для определения мертвого времени измеряем скорость счета с одним источником, со вторым, затем с первым и вторым источниками одновременно. Получаем систему из трех уравнений:

$$m_1 = \frac{n_1}{1 + n_1 \tau}$$
,  $m_2 = \frac{n_2}{1 + n_2 \tau}$ ,  $m_3 = \frac{n_1 + n_2}{1 + (n_1 + n_2) \tau}$ ,

с тремя неизвестными ( $\tau$ ,  $n_1$  и  $n_2$ ). Решив систему, можно получить мертвое время.

#### 14.2.2. Известное изменение загрузки

Измеряем скорость счета от изотопа, находящегося сначала на одном расстоянии от счетчика, затем на другом. Известно, что телесный угол  $\sim \frac{1}{R^2}$ , поэтому получим систему из двух уравнений:

$$m_1 = \frac{n}{1+n\tau}, \qquad m_2 = \frac{nk}{1+nk\tau}$$

где  $k \sim \frac{1}{R^2}$ . Решив систему уравнений, получим  $\tau$ .

## § 14.3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЕРЕСЧЕТНЫХ СХЕМ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ПРОСЧЕТОВ

Пусть у нас есть прибор с большой памятью, но с большим мертвым временем. Для уменьшения просчетов мы ставим перед этим прибором пересчетную схему,



*Puc. 14.5.* График вероятности интервала времени между события-

ми для k = 2 и k = 1

которая дает на выходе импульс, когда на ее вход пришло k импульсов. Вероятность интервала времени t между двумя событиями:

$$dp(t) = p(k-1,t)p(1,dt) = e^{-nt} \frac{(nt)^{k-1}}{(k-1)!} n \, dt$$

откуда

$$\frac{dp(t)}{d(nt)} = e^{-nt} \frac{(nt)^{k-1}}{(k-1)!} \,.$$

На рис. 14.5 приведен график вероятности интервала времени между событиями для k = 2 и k = 1. Заметим что при k = 2 наиболее вероятный интервал не равен нулю, в то время как при k = 1 наиболее вероятный интервал равен нулю.

Поэтому пересчетные схемы резко снижают просчеты устройств, которые стоят после пересчетной схемы. Отметим, что при записи с детекторов в компьютеры используется аналогичный подход к уменьшению просчетов: перед компьютером делается устройство на два-три события с малым мертвым временем.

## § 14.4. СЛУЧАЙНЫЕ СОВПАДЕНИЯ В СХЕМАХ СОВПАДЕНИЯ

Рассмотрим случай, когда мы регистрируем частицы, которые проходят через два счетчика. Импульсы со счетчиков длительностью  $\tau$  поступают на схему совпадения (С. С.) (рис. 14.6), которая срабатывает, когда импульсы перекрываются. Помимо импульсов от регистрируемых частиц со счетчиков идут импульсы от шумов фотоумножителей, фоновых событий и других источников — такие импульсы также могут совпасть во времени и вызвать сигнал на выходе схемы совпадения. Эти события называются случайными совпадениями  $n_{\rm сл}$ . Скорость счета на выходе схемы совпадения составит  $n_{\rm ист} + n_{\rm сл}$ . Найдем  $n_{\rm сл}$ , для этого сделаем длительность импульса в первом канале  $2\tau$ , а во втором канале сделаем длительность импульса равной нулю (рис. 14.7). Возьмем интервал времени 1 с, тогда полное время срабатываний первого канала  $\Delta t_1 = 2\tau n_1$ . Число попавших событий со второго канала в этот интервал времени:

$$n_{\rm c,\pi} = \Delta t n_2 = 2\tau n_1 n_2 \,. \tag{14.2}$$





*Рис. 14.6.* Принцип работы схемы совпадения

*Puc. 14.7.* К определению числа случайных совпадений

Для S каналов число случайных совпадений

$$n_{\mathrm{cn}}(S) = S \tau^{S-1} n_1 n_2 \cdots n_S \,.$$

Введение дополнительных каналов уменьшает  $n_{cr}$ .

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Гольданский В. И. Счетчики частиц, обладающие мертвым временем. Пересчетные схемы. Статистика отсчетов при регистрации совпадений / В. И. Гольданский, А. В. Куценко, М. И. Подгорецкий // Статистика отсчетов при регистрации ядерных частиц. М. : Физматгиз, 1959. С. 166–376.
- 2. Козодаев М. С. Основы теории просчетов / М. С. Козодаев // Детекторы элементарных частиц / В. И. Калашникова, М. С. Козодаев. М. : Наука, 1966. С. 355–402.
- Худсон Д. Введение в теорию вероятностей / Д. Худсон // Статистика для физиков : пер. с англ. — М. : Мир, 1967. — С. 11–47.
- 4. Групен К. Основные характеристики детекторов частиц / К. Групен // Детекторы элементарных частиц : пер. с англ. Новосибирск : Сиб. хронограф, 1999. С. 42–49.

# Глава 15

# МЕТОД МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

## § 15.1. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В большинстве ядерных измерений вид закона распределения измеряемых величин известен и требуется определить его параметры. Метод максимального правдоподобия — это метод оценки значений параметров распределения.

Предположим, что мы измеряем некоторую непрерывную величину a, распределенную по Гауссу. Сделав одно измерение, получили ее значение  $x_1$  с ошибкой  $\sigma_1$ :  $x_1 \pm \sigma_1$ . Запишем вероятность того, что величина a примет значение  $x_1 + dx_1$ :

$$W(a) dx_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} e^{-\frac{(x_1-a)^2}{2\sigma_1^2}} dx_1.$$

Теперь предположим, что мы провели несколько таких измерений и получили  $x_1 \pm \sigma_1, x_2 \pm \sigma_2, \ldots, x_n \pm \sigma_n$ . Вероятность того, что величина *a* примет значения  $x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, \ldots, x_n + dx_n$ , будет

$$W(a) \, dx_1 \, \cdots \, dx_n = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} e^{-\frac{(x_i-a)^2}{2\sigma_i^2}} \, dx_1 \, \cdots \, dx_n \, .$$

Функция W(a) называется функцией правдоподобия. Более удобна логарифмическая функция правдоподобия:

$$L(a) = \ln W(a) = -\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - a)^2}{2\sigma_i^2} + \sum_{i=1}^{n} \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}.$$

Найдем максимум L(a), для чего продифференцируем логарифмическую функцию правдоподобия по a:

$$\frac{\partial L}{\partial a} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i - a}{\sigma_i^2} \,.$$

Приравняв  $\frac{\partial L}{\partial a}$  к нулю, получим оценку среднего значения  $a = a^*$ :

$$a^{*} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_{i}}{\sigma_{i}^{2}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_{i}^{2}}}.$$

Г. Крамер сформулировал следующую теорему:

**Теорема 15.1** (Крамера). *Не существует другого метода обработки резуль*татов эксперимента, который дал бы лучшее приближение к истине, чем метод максимального правдоподобия.

## § 15.2. ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЙ ПЕРВАЯ МАГИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА

Предположим, что мы провели серию измерений и получили серию значений  $a^*$ . Естественно записать, что распределение по  $a^*$  будет иметь гауссовский вид:

$$W(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{a^*}^2}} e^{-\frac{(a^*-a)^2}{2\sigma_{a^*}^2}}.$$

Запишем логарифмическую функцию правдоподобия:

$$L(a) = W(a) = \frac{(a^* - a)^2}{2\sigma_{a^*}^2} + \ln\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{a^*}^2}}.$$

Возьмем первую производную:

откуда получаем

$$\frac{\partial L}{\partial a} = \frac{a^* - a}{\sigma_{a^*}^2} \,.$$

Если  $\frac{\partial L}{\partial a}$  приравнять к нулю, то  $a = a^*$ . Теперь возьмем вторую производную:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial a^2} = -\frac{1}{\sigma_{a^*}^2},$$

$$\sigma_{a^*} = \frac{1}{\sqrt{-\frac{\partial^2 L}{\partial a^2}\Big|_{a=a^*}}}.$$
(15.1)

Это выражение называется первой магической формулой.

# § 15.3. ЗАКОН ПУАССОНА

Пусть измеряемая величина a флуктуирует по закону Пуассона. Мы провели одно измерение и получили количество событий N. Что мы можем сказать о значении a и его ошибке? Запишем функцию правдоподобия:

$$W(N) = e^{-\overline{N}} \frac{(\overline{N})^N}{N!}.$$

Обозначим  $\overline{N} = a$ , которое нам и надо найти, тогда

$$W(a) = e^{-a} \frac{a^N}{N!}$$

Запишем логарифмическую функцию правдоподобия:

$$L(a) = \ln W(a) = -a + N \ln a + \ln \frac{1}{N!}.$$

Продифференцируем это выражение:

$$\frac{\partial L}{\partial a} = -1 + \frac{N}{a}$$

и приравняем его к нулю. Откуда оценка величины а есть

$$a^* = N$$
.

Найдем ее ошибку, для этого возьмем вторую производную:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial a^2} = \left. -\frac{N}{a^2} \right|_{a=a^*} = -\frac{1}{N} \,,$$

откуда

$$\sigma_a = \sqrt{N}$$
.

Видно, что методом максимального правдоподобия мы нашли ошибку оценки измеряемой величины, распределенной по закону Пуассона, быстрее, чем в разделе 13.3.

### § 15.4. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Пусть есть некоторая функция, зависящая от p независимых параметров и одного аргумента:  $f(a_1, a_2, \ldots, a_p, x)$ . Выполним измерения при разных значениях x и получим некоторые значения функции:  $f(x_1) = f_1 \pm \sigma_1, \ldots, f(x_n) = f_n \pm \sigma_n$ . Запишем функцию правдоподобия:

$$W(a_1, a_2, \dots, a_p) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} e^{-\frac{[f_i - f(a_1, a_2, \dots, a_p, x_i)]^2}{2\sigma_i^2}}$$

и логарифмическую функцию правдоподобия:

$$L(a_1, a_2, \dots, a_p) = -\sum_{i=1}^n \frac{[f_i - f(a_1, a_2, \dots, a_p, x_i)]^2}{2\sigma_i^2} + \sum_{i=1}^n \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{a^*}^2}}.$$
 (15.2)

Для нахождения значений параметров  $a_1, a_2, \ldots, a_p$  необходимо продифференцировать (15.2) по каждому параметру и приравнять эти производные к нулю. Таким образом мы получим  $a_1^*, a_2^*, \ldots, a_p^*$ . Другими словами, величина

$$M = \sum_{i=1}^{n} \frac{[f_i - f(a_1, a_2, \dots, a_p, x_i)]^2}{2\sigma_i^2}$$

должна быть минимальной. Это и есть метод наименьших квадратов. Оказывается, что метод наименьших квадратов является частным случаем метода максимального правдоподобия.

## § 15.5. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ВТОРАЯ МАГИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА

Предположим что нам нужно измерить некоторый параметр a функции f(a, x), где x, например, энергия частиц. Естественно считать, что функция f(a, x) есть функция правдоподобия W(a, x) и у нее сделана нормировка:

$$\int_{x_{\rm H}}^{x_{\rm K}} f(a, x) dx = 1 \,.$$

Предположим, мы зарегистрировали N событий и получили значения  $x_1, x_2, \ldots, x_N$ . Вероятность этого:

$$W(a, x_1, x_2, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f(a, x_i);$$
$$L(a, x_1, x_2, \dots, x_N) = \ln W = \sum_{i=1}^N \ln f(a, x_i)$$

Для нахождения значения параметра *a* необходимо взять первую производную от логарифмической функции правдоподобия:

$$\frac{\partial L}{\partial a} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial \ln f(a, x_i)}{\partial a} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{f(a, x_i)} \frac{\partial f(a, x_i)}{\partial a}$$

и приравнять ее к нулю, т. е. получим  $a = a^*$  из уравнения  $\frac{\partial f}{\partial a}$ . Чтобы найти ошибку этого значения a, необходимо воспользоваться первой магической формулой (15.1):

$$\begin{split} \frac{1}{\sigma_a^2} &= \left. -\frac{\partial^2 L}{\partial a^2} \right|_{a=a^*} ;\\ \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} &= \sum_{i=1}^N -\frac{1}{\left(f(a,x_i)\right)^2} \left(\frac{\partial f(a,x_i)}{\partial a}\right)^2 + \frac{1}{f(a,x_i)} \frac{\partial^2 f(a,x_i)}{\partial a^2} . \end{split}$$

Найдем среднее значение:

$$\left\langle \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} \right\rangle = \int_{x_{\rm H}}^{x_{\rm K}} \left( \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} \right) f(a, x) dx =$$
$$= \int_{x_{\rm H}}^{x_{\rm K}} \sum_{i=1}^{N} \left[ -\frac{1}{(f(a, x_i))^2} \left( \frac{\partial f(a, x_i)}{\partial a} \right)^2 + \frac{1}{f(a, x_i)} \frac{\partial f(a, x_i)}{\partial a} \right] f(a, x) dx \, .$$

Для большого числа измерений  $x_1$  пройдет все значения от  $x_{\rm H}$  до  $x_{\rm K}$ . То же самое относится и к $x_2$ , и $x_3$ , и т. д. Следовательно:

$$\left\langle \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} \right\rangle = N \int\limits_{x_{\rm H}}^{x_{\rm K}} \left[ -\frac{1}{(f(a,x))^2} \left( \frac{\partial f(a,x)}{\partial a} \right)^2 + \frac{1}{f(a,x)} \frac{\partial^2 f(a,x)}{\partial a^2} \right] f(a,x) dx \,.$$

Первый интеграл:

$$\int_{x_{\mathrm{H}}}^{x_{\mathrm{K}}} -\frac{1}{(f(a,x))^2} \left(\frac{\partial f(a,x)}{\partial a}\right)^2 f(a,x) dx = -\int_{x_{\mathrm{H}}}^{x_{\mathrm{K}}} \frac{1}{f(a,x)} \left(\frac{\partial f(a,x)}{\partial a}\right)^2 dx \, .$$

Второй интеграл:

$$\int_{x_{\mathrm{H}}}^{x_{\mathrm{K}}} \frac{1}{f(a,x)} \frac{\partial^2 f(a,x)}{\partial a^2} f(a,x) dx = \int_{x_{\mathrm{H}}}^{x_{\mathrm{K}}} \frac{\partial^2 f(a,x)}{\partial a^2} dx \,.$$

Поскольку здесь дифференцирование ведется по a, а интегрирование по x, то последнее выражение можно представить в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial a^2} \int\limits_{x_{\rm H}}^{x_{\rm K}} f(a,x) dx = \frac{\partial^2}{\partial a^2} 1 = 0 \,.$$

Теперь уже можно записать:

$$\left\langle \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} \right\rangle = -N \int\limits_{x_{\rm H}}^{x_{\rm K}} \frac{1}{f(a,x)} \left( \frac{\partial f(a,x)}{\partial a} \right)^2 dx = -\frac{1}{\sigma_a^2} \,.$$

Откуда ошибка:

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1}{\sqrt{\int\limits_{x_{\rm H}}^{x_{\rm K}} \frac{1}{f(a,x)} \left(\frac{\partial f(a,x)}{\partial a}\right)^2 dx}} \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \, .$$

Это и есть так называемая вторая магическая формула. Видно, что при планировании эксперимента по измерению некоторого параметра a с точностью  $\sigma_a$  мы можем посчитать по второй магической формуле необходимое количество событий.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Козодаев М. С. Некоторые общие положения теории ошибок измерений / М. С. Козодаев // Детекторы элементарных частиц / В. И. Калашникова, М. С. Козодаев. М. : Наука, 1966. С. 296–354.
- 2. Худсон Д. Принцип максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов / Д. Худсон // Статистика для физиков : пер. с англ. М. : Мир, 1967. С. 101–173.

## Глава 16

# БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Имеется широкий класс явлений, флуктуации которых описываются так называемым биномиальным законом. Это класс событий типа «да–нет». Пример такого явления — эффективность регистрации частиц какого-нибудь прибора. На рис. 16.1 изображена схема измерения эффективности черенковского счетчика (Чер. сч.) с помощью космических частиц, отбираемых при помощи двух сцинтилляционных счетчиков, размеры которых меньше размеров черенковского счетчика. В электрической схеме используются две схемы совпадения. Через сцинтилляционные счетчики прошло N событий, на этих событиях черенковский счетчик сработал m раз, тогда мы можем сказать, что эффективность

$$\varepsilon = \frac{m}{N} \, .$$

Найдем закон распределения по значениям m. Естественно, можно записать для одного события  $(1 - \varepsilon) + \varepsilon = 1$ . Запишем для N событий:

$$[(1-\varepsilon)+\varepsilon]^{N} = (1-\varepsilon)^{N} + N(1-\varepsilon)^{N-1}\varepsilon + \frac{N(N-1)}{2}(1-\varepsilon)^{N-2}\varepsilon^{2} + \dots + \frac{N!}{m!(N-m)!}(1-\varepsilon)^{N-m}\varepsilon^{m} + \dots + \varepsilon^{N} = 1.$$

Получим биномиальный закон распределения:

$$W(\varepsilon) = \frac{N!}{m!(N-m)!}\varepsilon^m(1-\varepsilon)^{N-m}$$

Найдем для этого закона среднее значение эффективности и ошибку эффективности. Запишем логарифмическую функцию правдоподобия:

7.71



Сц. сч.

C.C

$$L(\varepsilon, m) = m \ln \varepsilon + (N - m) \ln (1 - \varepsilon) + \ln \frac{N!}{m!(N - m)!}.$$

Возьмем первую производную и приравняем ее к нулю:

C. C.

N

$$\frac{\partial L}{\partial \varepsilon} = \frac{m}{\varepsilon} - \frac{N-m}{1-\varepsilon}$$

Откуда

Чер. сч.

$$\varepsilon^* = \frac{m}{N} \, .$$

Найдем ошибку по первой магической формуле (15.1):

$$\begin{split} \frac{\partial^2 L}{\partial \varepsilon^2} &= -\frac{m}{\varepsilon^2} - \frac{N-m}{(1-\varepsilon)^2} = -\frac{N^3}{(N-m)m} \,,\\ \sigma_\varepsilon &= \sqrt{\frac{m(N-m)}{N^3}} \,. \end{split}$$

Рассмотрим два крайних случая.

1.  $\varepsilon \ll 1$ ,  $m \ll N$ :

$$\sigma_{\varepsilon} \approx \frac{\sqrt{m}}{N}$$
.

2.  $\varepsilon \approx 1$ ,  $m \approx N$ :

$$\sigma_{\varepsilon} \approx \frac{\sqrt{(N-m)}}{N}$$
.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Гольданский В. И. Закон Пуассона / В. И. Гольданский, А. В. Куценко, М. И. Подгорецкий // Статистика отсчетов при регистрации ядерных частиц. М. : Физматгиз, 1959. С. 14–64.
- Козодаев М. С. Некоторые сведения о законах, которым подчиняются случайные величины / М. С. Козодаев // Детекторы элементарных частиц / В.И. Калашникова, М. С. Козодаев. — М. : Наука, 1966. — С. 242–295.
- Худсон Д. Введение в теорию вероятностей / Д. Худсон // Статистика для физиков : пер. с англ. — М. : Мир, 1967. — С. 11–47.
- Матусевич Е. С. Статистические флуктуации в ядерных явлениях и при их регистрации / Е. С. Матусевич // Основы экспериментальных методов ядерной физики / А. И. Абрамов, Ю. А. Казанский, Е. С. Матусевич. — М. : Атомиздат, 1977. — С. 5–29.
- 5. Тейлор Дж. Биноминальное распределие / Дж. Тейлор // Введение в теорию ошибок : пер. с англ. М. : Мир, 1985. С. 194–212.
- 6. Knoll G. F. Counting Statistics and Error Prediction / G. F. Knoll // Radiation Detection and Measurement. New York : Wiley, 2000. P. 65–102.

# Глава 17

# СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА С ТЕОРИЕЙ МЕТОД $\chi^2$ ПИРСОНА

# § 17.1. МЕТОД $\chi^2$

Рассмотрим метод проверки согласия теории с экспериментом. Предположим, у нас есть теоретическая функция f(x) и результаты эксперимента. Для сравнения эксперимента с теорией удобно делать обработку в виде гистограммы. На рис. 17.1 изображены теоретические данные в виде гистограммы, а экспериментальные данные — в виде точек с ошибками. Здесь  $n_i(T)$  — теоретическое значение,  $n_i(E)$  — экспериментальное значение. К. Пирсон ввел параметр  $\chi^2$ :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{[n_i(\mathbf{T}) - n_i(\mathbf{E})]^2}{n_i(\mathbf{T})},$$
(17.1)

где N — количество бинов в гистограмме. К. Пирсон исследовал случай, когда теория и эксперимент «правильные» и отличия эксперимента от теории связаны с чисто статистическими флуктуациями. Для  $n_i \ge 5$  он получил закон распределения вероятности по параметру  $\chi^2$ :



$$\frac{dp}{d\chi^2} = \frac{(\chi^2)^{\left(\frac{F}{2}-1\right)} e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{2^{\frac{F}{2}} \Gamma\left(\frac{F}{2}\right)},\qquad(17.2)$$

где  $\Gamma-$ гамма-функция, <br/>аF-число степеней свободы:

$$F = N - \sum_{i} k_i \,.$$

*Puc. 17.1.* Сравнение теоретических данных с экспериментом

Здесь  $\sum_i k_i$  — число связей.

Например, нас интересует только форма распределения. В таком случае мы можем приравнять полное число событий теории и эксперимента. На это мы используем одну степень свободы. Или, допустим, из экспериментальных данных требуется определить какой-нибудь параметр, например, параметр, описывающий угловое распределение, после чего делается сравнение эксперимента с теорией по энергетическому спектру. При этом на определение параметра будет использована также одна степень свободы. Зависимость (17.2) представлена на рис. 17.2. Маленькие значения встречаются очень редко. Для количественного сравнения вводится параметр  $p(\chi^2)$ , равный

$$p(\chi^2) = \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{dp}{d\chi^2} d\chi^2 \,,$$

где нижний предел интегрирования — экспериментально полученное значение  $\chi^2$ . Считается, что если

$$p(\chi^2) = 0.05 \dots 0.95$$
,

то это хорошее согласие. Если же

$$p(\chi^2) < 0.02$$
 или  $p(\chi^2) > 0.98$  ,

то это плохое согласие. Графики и таблицы для  $p(\chi^2)$  с разным числом степеней свободы приведены в литературе.





*Рис. 17.2.* Распределение вероятности по параметру  $\chi^2$  для десяти степеней свободы

*Рис. 17.3.* Зависимость  $p(\chi^2)$  для нескольких степеней свободы

На рис. 17.3 приведена зависимость  $p(\chi^2)$  для ряда значений степеней свободы. На английском языке  $p(\chi^2)$  называют confidence level — уровень достоверности.

# § 17.2. СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА С ДВУМЯ ТЕОРИЯМИ

Отметим, что значение  $\chi^2$  знаконезависимое, поэтому отличие эксперимента от теории в ту или иную сторону с точки зрения данного метода — одно и то же. Рассмотрим рис. 17.4. Видно, что при больших ошибках по  $\chi^2$  получается хорошее согласие с теорией. При сравнении эксперимента с теорией шаг гистограммы можно выбирать любой, в том числе и неодинаковой длины. В данном случае, если сделать разбиение на два бина (рис. 17.5), статистические ошибки резко уменьшатся и



*Рис. 17.4.* К сравнению эксперимента с теорией



*Рис. 17.6.* К сравнению эксперимента с двумя теориями



*Рис. 17.5.* К сравнению эксперимента с теорией: разбиение на меньшее число бинов

обнаружится, что эксперимент не согласуется с теорией.

Рассмотрим другой пример. Необходимо сделать такое разбиение по бинам, чтобы чувствительность к экспериментальным данным была бы максимальна. На рис. 17.6 показаны две теории. Ясно, что разбиение по бинам необходимо сделать так, как показано на этом рисунке. Сам по себе метод  $\chi^2$  утверждает, что если теория верна, то при любых разбиениях будет согласие. Если же теория не верна, то в одних разбиениях можно получить согласие, в других — не получить.

# § 17.3. УЧЕТ ФОНА

Ранее записанную формулу Пирсона для  $\chi^2$  можно переписать в таком виде:

$$\chi_i^2 = \sum_{i=1}^N \frac{[n_i(T) - n_i(E)]^2}{n_i(E)},$$

в этом случае  $n_i(E) = \sigma_i^2(E)$ . В реальных экспериментах помимо эффекта всегда присутствуют фоновые события. В эксперименте измеряется эффект плюс фон  $n_i(E + B)$  и фон  $n_i(B)$ . Будем считать, что время измерения эффекта плюс фона  $n_i(E + B)$  и фона  $n_i(B)$  одинаково. Тогда можно записать:

$$n_i(\mathbf{E}) = n_i(\mathbf{E} + \mathbf{B}) - n_i(\mathbf{B}),$$

$$\sigma^{2}(\mathbf{E}) = \sigma^{2}(\mathbf{E} + \mathbf{B}) + \sigma^{2}(\mathbf{B}) = n_{i}(\mathbf{E} + \mathbf{B}) + n_{i}(\mathbf{B})$$

Размер ошибок за счет фона увеличивается:

$$\chi_i^2 = \sum_{i=1}^N \frac{[n_i(T) - n_i(E)]^2}{n_i(E+B) + n_i(B)}.$$

Таблица 17.1

Пример эксперимента с малой статистикой

$n_i(\mathbf{T})$	$n_i(\mathbf{E})$
3	4
2	1
0.5	0
0.8	1

# § 17.4. СЛУЧАЙ МАЛОЙ СТАТИСТИКИ

Это случай, когда условие применимости метода  $\chi^2$  Пирсона не выполнено, т.е. когда  $n_i < 5$ . Есть  $n_i(T)$  и  $n_i(E)$ , как, например, в табл. 17.1. Записываем  $\chi^2$ :

$$\chi^{2} = \sum_{i=1}^{N} \frac{[n_{i}(T) - n_{i}(E)]^{2}}{n_{i}(T)}$$

Это наше экспериментальное значение  $\chi^2$ . По теории средние значения известны. Это означает, что можно на компьютере проделать эксперимент — разыграть по пуассоновскому закону. В результате получится большое количество значений  $\chi^2$ :  $\chi_1^2$ ,  $\chi_2^2$ ,... Дальше можно нарисовать зависимость  $\frac{dp}{d\chi^2}$  от  $\chi$ . Зная кривую и полученные значения, можно найти  $p(\chi^2)$ .

Основным методом сравнения эксперимента с теорией является метод  $\chi^2$ .

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Худсон Д. Проверка гипотез / Д. Худсон // Статистика для физиков : пер. с англ. М. : Мир, 1967. С. 73–100.
- 2. Тейлор Дж. Критерий  $\chi^2$ для распределений / Дж. Тейлор // Введение в теорию ошибок : пер. с англ. М. : Мир, 1985. С. 223–247.

# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Курсивом выделены номера страниц с определениями терминов.

# C \_\_\_\_\_

CERN, 150

# J \_\_\_\_\_

jitter, 110–111

## R \_\_

*RC*-цепочка, 102–104

# Т\_\_\_\_\_

Time-Projection Chamber (TPC), 149– 150 transit time spread, 110–111

# A \_\_\_\_

адрон, 73, 175 α-частица, 83, 137, 164 анализатор, амплитудный многоканальный, 101 атомный вес, 24, 32 АЦП (аналого-цифровой преобразователь), 112 аэрогель, 123, 128

# Б\_\_\_

барион, 75, 171

# В\_\_\_\_\_

ВАП (времяамплитудный преобразователь), 113 взаимодействие — гравитационное, 73 — сильное, 73, 75, 77 — слабое, 73-77 — электромагнитное, 73 возбужденное состояние атома, 139, 152, 155 время — дрейфа, 145 — мертвое, 154, 158, 172, 192 — — измерение с двумя источниками, 194— — измерение с известным изменением загрузки, 194 — — непродлевающегося типа, 192–193 — продлевающегося типа, 192–193 — нарастания фронта — — с пропорциональных счетчиков, 140 — — сцинтиллятора, 114 — — черенковского, 115 — памяти об ионизации, 154 вторичная эмиссия, 86, 91, 101, 109 ВЦП (времяцифровой преобразователь), 112 Γ\_\_\_\_\_

#### 1 \_ газ

— благородный, 180

— горячий, 146

 $--Ar/CH_4, 146$ 

— Аг/CO<sub>2</sub>, 146, 148
— Не/i-C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>, 146, 148
— Ne/CO<sub>2</sub>, 150
— инертный, 154
— Аг, 152
— магический, 139
— холодный, 146
— (CH<sub>3</sub>)<sub>2</sub>O (диметиловый эфир), 146, 147
— СO<sub>2</sub>, 146
γ-квант, 101
— монохроматичный, 62

## Д\_

давление — газа, 130 — гидростатическое, 172 — насыщенного пара, 172 поверхностного натяжения, 172 δ-электрон, 32–39 δ-функция, 189 детектор - ALICE, 150 - AMS, 128 - BaBar, 126, 148, 166, 181 - Belle, 89, 114, 123, 166, 181 - BES, 114 - CLEO, 114, 126, 166 - CLEO-III, 126 - HERMES, 128 - LHCb, 128, 166 - SuperB, 128 - SuperKEKB, 128 - TPC, 150 — вершинный, 165 — — кремниевый, 165 — газовый, 38–39, 133, 160 - КЕДР, 74, 89, 95, 114, 124, 146–149, 180 - 181— КМД-3, 95 — МД-1, 122, 141, 145

— на основе ядерной фотоэмульсии, 168— ОЛЯ, 113 — полупроводниковый, 162 — СНД, 95, 181 — Супер-тау-чарм-фабрика, 128 фотонный, 125–126, 166 черенковских колец, 125–126, 166 -- DIRC, 126–128 -- FARICH, 128–129 диаграмма Феймана, 61 диполь, 116 дискриминатор, 112 — порог, 105–106 дисперсия, 126, 128 диффузия, 145-147 длина поглощения света, 123 — радиационная, 180 — рассеяния света, 123 — свободного пробега, 131, 132, 138, 166 — ядерного взаимодействия, 76, 77 добротность контура, 110 доза облучения, 135 дозиметрия, 135 дырки, 160-162

# Ж\_

жидкий азот, 160

## З \_\_\_\_ закон

Гаусса, 36, 39, 41, 49, 190, 197
Пуассона, 100–101, 187, *189–190*, 197, 207
Рэлея, 123
закон сохранения
4-импульса, 62
импульса, 62, 64–65
энергии, 62, 64–65
заряд

наведенный, 143, 144
ядра, 24, 32
зона
валентная, 88, 160–162
запрещенная, 88, 160
проводимости, 88, 160–162

### $\mathbf{N}_{-}$

идеальная сцинтилляционная линия, 100 - 101идентификация частиц, 114 излучение - тормозное, 53, 69 — спектр, 53–54 — Черенкова, 116–119 — – дисперсия, 117 — пороговая скорость, 116–117, 120 — — радиатор, 118, 121–122, 126–128 — — угол конуса, 117, 125, 128 — – число фотонов, 118 изотоп, 164, 168, 185, 194  $-\frac{137}{55}$ Cs, 101 индукционная камера, 149 Институт ядерной физики СО РАН (ИЯФ), 56, 89, 95, 141, 169, 180 интервал времени, 186 ион электроотрицательный, 132 ионизационные потери, 24, 40, 52, 53, 55, 56, 70, 73, 84, 107, 133, 175, 178ионизация, 168, 170, 172 — вторичная, 152 первичная, 35 — полная, 35 — потенциал ионизации — — в газе, 35 — — в полупроводнике, 163 — — в сцинтилляторе, 84, 86, 102, 106, 140— — средний атома, 28 — ударная, 138–139, 154

— коэффициент, 138, 155
— коэффициент усиления, 138
ионная «шуба», 152
искра, 154–155

# К \_\_\_\_\_

калориметр, 165, 178 с гомогенным радиатором, 180 — — жидкий благородный газ, 180 — — тяжелый сцинтилляционный кристалл, 180 — — черенковский, 180 — типа «сэндвич», 179 — энергетическое разрешение, 179 камера — Вильсона, 31, 71, *169*  — время памяти, 170 — времяпроекционная, 149–150 — дрейфовая, 114, 128, 145 — аксиальный слой, 149 — — пространственное разрешение, 145, 147-148 — — с большой длиной дрейфа, 146 — — с гексагональной ячейкой, 148 — с малой длиной дрейфа, 146–148 — — с четырехугольной ячейкой, 148 — — с шестиугольной ячейкой, 148 — — стереослой, 149 — — суперслой, 147 дрейфовая типа ГЭУ (GEM), 151 — — временное разрешение, 151 — — коэффициент усиления, 151 — — пространственное разрешение, 151— ионизационная, 130, 133, 180 — – импульсная, 133, 135–137 — — импульсная с сеткой Фриша, 137 — – интегрирующая, 133, 135 — – токи утечки, 134 искровая, 154 — — мертвое время, 154

- — оптический метод съема информации, 155
- -- проволочная, 121, 155
- — пространственное разрешение, 156
- стримерная, 157
- — съем информации с помощью магнитострикционных линий, 155—156
- — съем информации с помощью ферритовых колец, 155
- микростриповая, 150
- — время жизни, 150
- — пространственное разрешение, 150
- пропорциональная, 126, 130, 179
- пузырьковая, 42, 171
- мертвое время, 172
- «русская», 157
- эмульсионная, 169
- катод, 152, 155
- катушка, 156
- кварк, 73-75, 120
- коллайдер
- CESR, 126
- LHC, 150, 166
- ВЭПП-2, 120
- ВЭПП-2М, 113
- ВЭПП-4, 122
- ВЭПП-4М, 74, 164
- Комптон-эффект, 58, 61, 63, 164
- конфайнмент, 75
- космические лучи, 168
- коэффициент
- вторичной эмиссии, 86, 91–92, 101
- поглощения **ү**-квантов
- — за счет комптоновского рассеяния, 66
- — за счет рождения пар, 66
- — суммарный, 67
- рекомбинации, 132–133

Таунсенда
второй, 139
первый, 138
кривая Брэгга, 31
критическая энергия, 56, 69
кулоновский логарифм, 45

#### Л\_

лабораторная система отсчета, 25–26, 34 лептон, 73–74 линия задержки, 144

# M $\_$

- мезон, 75-77, 121-123, 126, 165, 169, 171метод — измерения энергии частиц — — магнитный спектрометр, 175 — — по пробегу, 175 — Монте-Карло, 71–72  $- M\Pi K, 140$ максимального правдоподобия, 196 - 201— метод -- MIIK, 126, 140, 145, 149, 173 — наименьших квадратов, 198 — регистрации — — сцинтилляционный, 83 — совпадения, 83 — «сработало — не сработало», 143 — стереослоя, 148–149  $-\chi^2$ , 204–207 MKII, 93-95 многопроволочная пропорциональная камера, 126, 140, 145, 149, 173 — индукционная, 149 — — пространственное разрешение, 144
- — распределение заряда, 143
- — с линией задержки, 144

с полосками на катодной плоскости, 144
— шаг анодных проволочек, 143
индукционные, 145
коэффициент усиления, 142–143
пространственное разрешение, 142, 144
шаг
— анодных проволочек, 142–143
— катодных проволочек, 142

# н\_

напряжение — критическое, 142 нейтрон, 77 — быстрый, 78 — медленный, 78 — реакции и сечения, 78–80 — тепловой, 78 — холодный, 78 Нобелевская премия, 83, 116, 141, 169, 171

# 0 \_\_

обратная связь — ионная, 94 — положительная, 139 охранное кольцо, 134

# Π

пар — насыщенное состояние, 170 пара — электрон-дырочная, 160 — моличество, 163, 166 — электрон-ионная, 130, 133, 135–136, 140, 160 — количество, 138, 140, 155 — электрон-позитронная, 177 переизлучатель спектра, 87–89 переход  — фазовый, 171 плато, 76-77 — Ферми, *29–30* плоскость — анодная, 141–142 — катодная, 141, 143 — — полоски, 150 плотность — вероятности, 49 — вещества, 24, 32 — кварца, 128 подвижность, 131 показатель — преломления, 116, 121, 125 — — аэрогеля, 123 — — газа, 122 полупроводник, 160-162 — *p*–*n*-переход, 163 - Ge, 161–162 - Si, 161–162 — лавинный пробой, 166 — обедненный слой, 163 — — толщина, 164 — подвижность электронов и дырок, 161 — примесь, 161 — — акцепторная, 162 — — донорная, 162 - проводимость — — дырочная (p-проводимость), 162 -- электронная (*n*-проводимость), 162— удельное сопротивление, 161 — энергия, затрачиваемая на образование электрон-дырочной пары, 163полупроводящее стекло, 158 поляризация, 116, 119 поперечное смещение, 49-50 постоянная Больцмана, 161

— тонкой структуры, 27, 46, 117 потенциал — ионизации, 28, 35, 84, 86, 102, 106, 140, 163 потери энергии -ионизационные, 24, 40, 53, 56, 70, 73, 84, 107, 133, 175, 178 — — насыщение, 29–30 — — электронов, 52 — на возбуждение, 35 — на тормозное излучение, 55–56, 178 поток — космических частиц, 133 преобразования Лоренца, 26, 33-34 преобразователь — аналого-цифровой, 112 — времяамплитудный, 113 — времяцифровой, 112 принцип неопределенности, 25 прицельный параметр, 24-27, 29, 32 пробег частицы, 40-42, 175 — ионизационный, 175 — проекционный, 42, 53 - протона, 40, 76 — флуктуации, 41 — экстраполированный, 42, 53 - электрона, 42, 52 — флуктуации, 52 — ядерный, 76, 175 проблема «лево-право», 145 пробой — искровой, *154–155*, 157 – лавинный, 166 проводящий канал, 155 проволочка — анодная, 137, 139, 141–143, 145, 147– 150, 152 — — натяжение, 142 — вольфрамо-рениевая, 142 — из бериллиевой бронзы, 142 — из сплава кобальта с никелем, 156

катодная
натяжение, 142
полевая, 147–148
фокусирующая, 147
просчеты, 192–193
уменьшение, 194
процесс адиабатический, 170

# P \_

радиатор, 160 — твердотельный, 160 — — диэлектрик, 160 — — металл, 160 — черенковский, 115 радиационная единица, 45, 54, 56, 66, 69.178 радиус — классический электрона, 25, 33, 46 кривизны траектории, 175 — Мольера, 70 разделение частиц  $-\pi/K$ , 123, 126, 128–129 размер — атома, 44 — ядра, 44 разрешение импульсное, 148 распределение — биномиальное, 202-203 - Γaycca, 36, 39, 41, 49, 190, 197 интервалов времени между событиями, 185, 194 Пуассона, 100–101, 187–189 — — дисперсия, 189–190 угловое, 204 — — комптоновского рассеяния, 63 — — многократного рассеяния, 48–49 — — тормозного излучения, 56, 67 — — фотоэлектронов, *60* — — электронов (в эффекте Комптона), 64 -- электронов (рождение пар), 67 — энергетическое
— — электронов (в эффекте Комптона), 63 — энергии — — между электроном и позитроном (рождение пар), 66 рассеяние - комптоновское, 58, 61, 63 кратное, 47 - многократное, 43, 46–48, 52, 71, 148 — — поперечное смещение, 49–50 — однократное, 47 режим – Гейгера–Мюллера, 130, 152 — пропорциональный, 130 — стримерный, 130 рекомбинация коэффициент, 132–133 — электронов и ионов, 132–133 рождение пар, 58, 64, 69 — порог реакции, 64–65 — распределение энергии между электроном и позитроном, 66 — угловое распределение электронов (позитронов), 67 ряд Тейлора, 190

## $\mathbf{C}_{-}$

сбор — света, 102, 109 — электронов и ионов, 134 свет — искрового пробоя, 157 — сцинтилляционный, 85 — черенковский, 116 связь емкостная, 141 сечение — взаимодействия γ-кванта с веществом, 58 — деления урана, 79 — комптоновского рассеяния, *61*, 63 — рассеяния — — эффективное, заряженной частицы на атомах газа, 131 — эффективное, электронов на атомах газа, 131 — томсоновского рассеяния, 61, 63 — фотоионизации, 139 — фотоэффекта, 59, 63 — ядерного взаимодействия протона, 76система — времяпролетная, 112–115 — сбора данных, 165 — центра инерции, 25–26, 34, 60, 65 скорость — дрейфа, *130–131*, 136, 150 — — электронов и дырок, 161 — звука. 156 — счета, 193, 195 — тепловая атомов, 130 случайные совпадения, 195 события — статистически независимые, 185, 189спектрометр — магнитный, 175 — – парный, 177 — — со 180°-фокусировкой, 177–178 спин, 73, 75 среднеквадратичный угол — многократного рассеяния, 43— тормозного излучения, 56 стеклотекстолит, 151 стереоизображение, 171 стример, 155 Супер-тау-чарм-фабрика, 128 схема — пересчетная, 194 — совпадения, 170, 195, 202 СЦИ, 25–26, 34, 60, 65 сцинтиллятор, 84-85, 180 — время

— — высвечивания, 86–87, 103, 105–107	
— — сбора света, 107–109	
— газовый, 87-89	
— квенчинг-фактор, 86–87, 89	
— конверсионная эффективность, 84,	
86, 102, 106, 140	
— неорганический, 87–88	
BGO, 180	
NaI(Tl), 89, 101, 140, 164, 180	
ZnS(Ag), 83, 86	
CsI(Tl), 89, 180	
— органический, 87–89	
BC-408, 89	
— — антрацен, 89	
— — жидкость, 88	
— — кристалл, 88	
— — пластический, 88–89	
— отношение $\frac{\alpha}{\beta}$ , 86–87	
— примесный уровень, 88	
— спектральная характеристика, 101	
— число фотонов, 118	
счетчик	
- Resistive Plate Counters, 158	
- RICH, 125–126, 166	
— времяпролетный, 112–115	
— Гейгера—Мюллера, 130, 151, 192	
— дифференциальный черенковский,	
124	
— с малым телесным углом, 124	«
— — Фитча, 124–125	
— искровой, 157	
— — временное разрешение, 158	
— — мертвое время, 158	
— с локализованным разрядом, 158	
— эффективность регистрации, 157	
— полного поглощения, 71, см. кало-	
риметр	
— полупроводниковый, 102	
— пороговыи черенковский, 120 — — ээроговорий 122–124	
— аэрогелевыи, 125–124 ролдной 190–191	
— – водяной, 120–121	

– газовый, 122
пропорциональный, 137, 140, 151
– амплитудное разрешение, 140
– временное разрешение, 140
– коэффициент усиления, 139–140
– онергетическое разрешение, 140
самогасящийся, 130, 151, 192
сцинтилляционный, 71, 84–86, 95, 112, 140, 145, 164, 202
– амплитудное разрешение, 97–104
– временное разрешение, 105–115
– идеальная сцинтилляционная линия, 100–101

черенковский, 95, 202

## Τ\_

# теорема

- Крамера, 196
- Рамо—Шокли, 136, 139
- теория
- Бете—Гайтлера, 53
- зонная, 88, 160
- Клейна—Нишины—Тамма, 61, 67
- Мольера, *47–48*
- Резерфорда, 33, 35, 43–44, 47
- Росси, 45–48
- Таунсенда, 138
- трансформатор спектра, 87-89
- триггер, 112

«трубка Кубецкого», 84

# У\_

# угол — Лоренца, 147 — полного внутреннего отражения, *107*, 124, 128 — черенковского излучения, 117, 128 умножитель — фото, 84, 86, 91, 121, 124, 140, 166 уровень — достоверности, 205

усиление

газовое, 138, 151
ударная ионизация, 138–139
фотонный механизм, 139
усилитель
с положительной обратной связью, 139
электрометрический, 134
ускоритель, 124, 135, 169, 171–172
протонов Кокрофта и Уолтона, 83
тяжелых ионов BEVALAC, 157

# $\Phi_{-}$

феррит, 156 флуктуации ионизационных потерь, 36–39, 140 — — в сверхтонких слоях, 38–39 -- Faycca, 37 — — Ландау, 37–39, 52 — — «хвост» распределения Ландау, 37, 39 — — электронов, 52 — плотности —— жидкости, 172 -- пара, 170 — потерь энергии на излучение, 56 — пробега, 41, 52 — статистические, 204 — тока, 163 – энергии, 179 флюоресценция, 116 формула — Бете—Блоха, 28–31, 36, 52 — вторая магическая, 201 — Комптона, *62*  первая магическая, 197, 199, 203 — Резерфорда, 33, 35, 43–44 — Росси, 45 — — область применимости, 45–47 — — с коррекцией, 48 фотодиод — кремниевый, 166

– лавинный, 166

— — многопиксельный, 166 фотоионизация сечение, 139 фотокатод, 85-86, 91, 109 — бищелочной, *91*, 119 — квантовая эффективность, 85, 91-101, 106, 140 — мультищелочной, *91*, 119 — полупроводниковый, 91 -- GaAs, 91 — спектральная характеристика, 85, 91 - Sb-Cs, 91 термоэмиссия, 91, 95–96 — шумы, 91 фотоумножитель, 84, 86, 91, 121, 124, 140, 166 — кремниевый (SiPM), 119, 126 фотоэлектрон, 85, 105–109, 139–140, 145, 152, 155, 164, 166 вероятность образования, 139 фотоэлектронный умножитель, 84, 86, 91, 121, 124, 126-128, 140, 166 — анодная камера, 110 — временные характеристики, 92 — гибридный, 126, *166* — динодная система, 86, 91–95, 109– 110-- fine mesh, 93, 110 — — жалюзи, 92–93 — — корытообразная, 92–93 — — микроканальные пластины, 93–95 — — микросеточная, 93, 110 — — торовидная, 92, 111 — Кубецкого, 84 — катодная камера, 109 — коэффициент усиления, 86, 92–93, 96, 99 — флуктуации, 99–100 — магнитный экран, 96 микросеточный, 96, 111

— многоанодный, 126 — обратная связь — — ионная, 95 — — оптическая, 95 — производитель -- Hamamatsu, 93 -- Philips, 111 —— ОАО «Катод», 94 — разброс времени пролета, 110–111 - разрешение — — временное, 93–94, 109–111 — — пространственное, 95 — — энергетическое, *101–102* — с коаксиальным выводом, 110–111 — с МКП, 94–96, 110–111, 158 — сбор фотоэлектронов, 96 — токи утечки, 95–96 — холодная эмиссия, 96–97 — шумы, 95–96, 195 фотоэмульсия, 168 фотоэффект, 58-59, 85, 151 — сечение, 59, 63 фронт волны, 117 функция — Гамма, 57, 204 — правдоподобия, 196 — — логарифмическая, 196–199, 202 ФЭУ, 84, 86, 91, 121, 124, 140, 166 Χ\_

#### «хвост» распределения Ландау, 37, 39

#### Ч\_

4-импульс, 62, 65 число степеней свободы, 204

# Э\_\_\_\_\_

— на встречных пучках, 112, 165 Резерфорда, 44, 83 — Хофштадтера, 71 электромагнитный ливень, 69, 170, 178 — размер, 179 электронно-оптический преобразователь, 94 электроны вторичные, 152 электроскоп, 134 эмиссия — холодная, 92, 143 энергия критическая, 56, 69 — связи в атоме на К-оболочке, 59 — связи электрона в атоме, 32, 59 — — на К-оболочке, 33, 37–38 ЭОП (электронно-оптический преобразователь), 94 этиловый спирт, 152, 170 эффект дробовой, 163 — Комптона, 58, *61*, 164 —— сечение, *61*, 63 — квантовый, 28, 47, 62 – кластерный, 144, 146 — плотности, 28–29 — «прилипания», 132 — Рамзауэра, 131 — Черенкова, 116–119 эффективность — конверсии ү-квантов, 178 — регистрации, 121, 202 — — допороговая, 121

# ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

# A \_\_\_\_\_

Андерсон, Карл Давид, 171

#### Б\_

Барков, Лев Митрофанович, 169 Беккерель, Антуан Анри, 168 Бете, Ханс Альбрехт, 55–56, *см. также* формула — Бете—Блоха и теория — Бете—Гайтлера Блох, Феликс, *см.* формула — Бете— Блоха Бор, Нильс Хенрик Давид, 83 Брэгг, Уильям Генри, *см.* кривая Брэгга

#### B \_\_\_\_\_

Вавилов, Сергей Иванович, 116 Вильсон, Роберт Ратбун, 72 Вильсон, Чарлз Томсон Риз, 169, *см. также* камера — Вильсона

#### Γ\_

Гайтлер, Вальтер Генрих, 55, *см. также* теория — Бете—Гайтлера Гейгер, Ганс Вильгельм, 83, *см.* счетчик — Гейгера—Мюллера и режим — Гейгера—Мюллера Глэзер, Дональд Артур, 171

#### Д\_

Долгошеин, Борис Анатольевич, 157, *см. также* камера — искровая — стримерная

Κ	-

Кокрофт, Джон Дуглас, 83 Комптон, Артур Холли, 61, *см. так*же эффект — Комптона Крамер, Габриэль, 196, *см. также* теорема — Крамера Кубецкий, Леонид Александрович, 84

#### Л\_

Ландау, Лев Давидович, 33, 37, *см. также* флуктуации — ионизационных потерь — Ландау

Лоренц, Хендрик Антон, *см.* преобразования Лоренца и угол — Лоренца

# M \_\_\_\_\_

Марсден, Эрнест, 83

Миямото, Сигэнори, 154, *см. также* камера — искровая

- Мольер, Герт фон, 47, *см. также* теория — Мольера и радиус — Мольера
- Мюллер, Вальтер, *см.* счетчик—Гейгера—Мюллера и режим— Гейгера—Мюллера

#### Н\_\_\_\_\_

Нейман, Джон Фон, 72

#### Π\_\_\_\_

- Пестов, Юрий Николаевич, 158, *см. также* счетчик — искровой с локализованным разрядом Пирсон, Карл, *см. также* метод —  $\chi^2$
- Пуассон, Симеон Дени, *см. также* распределение — Пуассона и закон — Пуассона

#### Р\_\_\_\_

- Рамзауэр, Карл, *см.* эффект Рамзауэра
- Рамо, Саймон, *см.* теорема Рамо— Шокли
- Резерфорд, Эрнест, 83, *см. также* формула — Резерфорда, эксперимент — Резерфорда
- Росси, Бруно, 45, *см. также* формула Росси
- Рэлей, Джон Уильям, *см.* закон Рэлея

# С\_\_\_\_\_

- Саули, Фабио, 151
- Скобельцын, Дмитрий Владимирович, 170

#### Т \_\_\_

- Тамм, Игорь Евгеньевич, 116 Таунсенд, Джон Сили Эдвард, 138,
- *см. также* теория Таунсенда, коэффициент — Таунсенда — первый и второй Тейлор, Брук, *см.* ряд Тейлора Тельнов, Валерий Иванович, 39
- Томсон, Джозеф Джон, *см.* сечение томсоновского рассеяния

У\_\_\_\_

Уолтон, Эрнест Томас Синтон, 83

## Φ\_\_\_\_

- Фейнман, Ричард Филлипс, *см.* диаграммы Феймана
- Ферми, Энрико, 29, 50, *см. также* плато Ферми
- Фитч, Вал Логсден, *см.* счетчик дифференциальный черенковский — Фитча
- Франк, Илья Михайлович, 116
- Фриш, Отто Роберт, 137, *см. также* камера — ионизационная импульсная с сеткой Фриша
- Фукуи, Судзи, 154, *см. также* камера искровая

## $\mathbf{X}_{-}$

Хофштадтер, Роберт, *см.* эксперимент — Хофштадтера

# ч\_\_\_\_\_

- Чедвик, Джеймс, 77
- Черенков, Павел Алексеевич, 116
- Чиковани, Георгий Евгеньевич, 157, *см. также* камера—искровая—стримерная

#### ш\_

Шарпак, Жорж, 140 Шокли, Уильям Брэдфорд, *см.* теорема — Рамо—Шокли Штернхаймер, Рудольф, 30

# УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Онучин Алексей Павлович

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Учебное пособие

Редактор *Н. А. Лукашова* Выпускающий редактор *И. П. Брованова* Художественный редактор *А. В. Ладыжская* Корректор *И. Е. Семенова* Компьютерная верстка *В. В. Баруткин* 

Подписано в печать 01.10.09. Формат 70 × 100 1/16. Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 17.73. Печ. л. 13.75. Тираж 3000 экз. (1-й з-д — 1 — 500 экз.) Изд. № 329. Заказ № 1375.

Издательство Новосибирского государственного технического университета 630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Тел. (383) 346–31–87. E-mail: office@publish.nstu.ru

Отпечатано в типографии Новосибирского государственного технического университета 630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20.



Рис. 7.9 к с. 120



Рис. 7.12 к с. 122



Рис. 7.20 к с. 127

ОНУЧИН Алексей Павлович – доктор физикоматематических наук, профессор, главный научный сотрудник Института ядерной физики имени Г.И. Будкера Сибирского отделения Академии наук РФ, автор 300 опубликованных научных работ. Основная область научной деятельности - постановка экспериментов на встречных пучках. За работы в этой области науки награжден Государственной премией СССР и Премией Академии наук РФ имени П.А. Черенкова. Под его руководством защи-щено 17 кандидатских диссертаций, он был научным консультантом при подготовке 5 докторских диссертаций.

